



PRODUTO EDUCACIONAL



TRIGONOMETRIA EM AÇÃO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INVESTIGATIVA COM APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

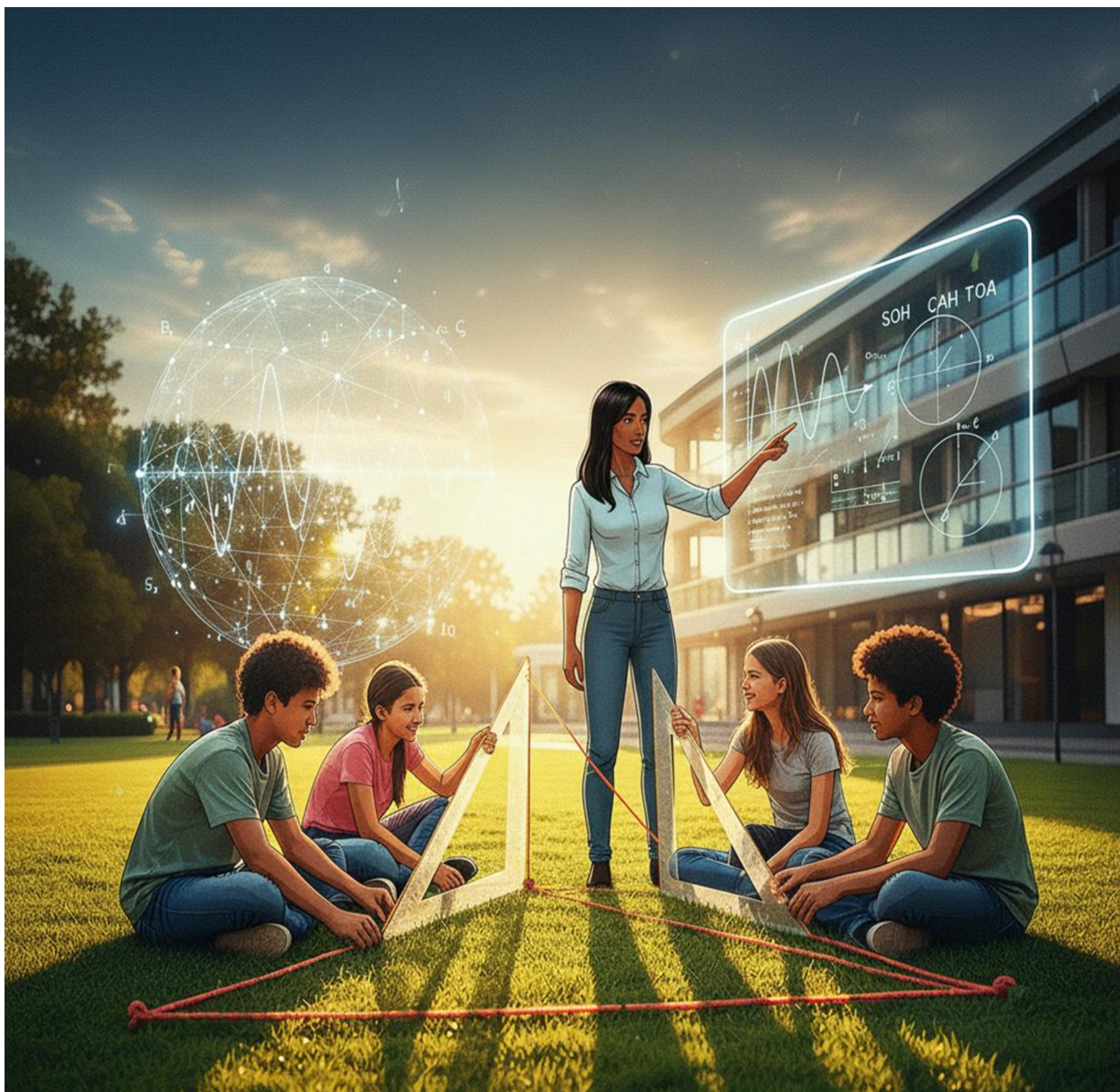


Imagem ilustrativa gerada por ferramenta de inteligência artificial (Leonardo AI), utilizada exclusivamente para fins educacionais.

ANDREZA SUYLLANE RODRIGUES DOS SANTOS
GILBERTO FRANCISCO ALVES DE MELO



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO
DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**TRIGONOMETRIA EM AÇÃO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INVESTIGATIVA COM
APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS**

Produto Educacional elaborado a partir da dissertação apresentada a banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Linha de pesquisa: Ensino e aprendizagem em Ciências e Matemática.

RIO BRANCO – ACRE

2026

S237t Santos, Andreza Suyllane Rodrigues dos, 1986 -

Trigonometria em ação: uma sequência didática investigativa com aprendizagem baseada em problemas / Andreza Suyllane Rodrigues dos Santos; orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo. – 2026.

107 f.: il.; 30 cm.

Produto educacional (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Programa de Pós-Graduação e Pesquisa em Mestrado Profissional em Ensino de Ciências

e Matemática (MPECIM), Rio Branco, 2026. Inclui referências bibliográficas.

1. Metodologia Ativa. 2. Funções Trigonométricas. 3. Aprendizagem Baseada em Problemas. I. Melo, Gilberto Francisco Alves de (orientador). II.

Título.

CDD: 510.7

Bibliotecário: Uéliton Nascimento Torres CRB-11º/ 1074.

ANDREZA SUYLLANE RODRIGUES DOS SANTOS

TRIGONOMETRIA EM AÇÃO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INVESTIGATIVA COM APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

Produto Educacional elaborado a partir da dissertação apresentada a banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino-aprendizagem em Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Aprovada em Rio Branco- AC, 25 de Novembro de 2025.

BANCA EXAMINADORA

PROF. DR. GILBERTO FRANCISCO ALVES DE MELO

Orientador/Presidente (CAP/UFAC)

PROF. DR. ANTONIO IGO BARRETO PEREIRA

Membro Interno (CELA/UFAC)

PROFA. DRA. NADJA FONSECA DA SILVA

Membro Externo (UEMA)

PROF. DR. PAULO JOSÉ DOS SANTOS PEREIRA

Membro Suplente (IFAC)

**Rio Branco- AC
2026**

CONHECENDO OS AUTORES

Me. Andreza Suyllane Rodrigues dos Santos



Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Acre (UFAC). Possui especializações em Educação Especial e Inclusiva, com ênfase em Comunicação Alternativa e Tecnologia Assistiva (IBRA), e em Ensino de Matemática (UFAC). É Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC).

Atua como professora de Matemática na rede estadual de ensino do Acre, desenvolvendo práticas pedagógicas fundamentadas em metodologias ativas, com destaque para a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).

Currículo Lattes: <https://lattes.cnpq.br/1302981696896493>

E-mail: suyllane.andreza@gmail.com

Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Licenciado em Ciências com habilitação em Matemática pela Universidade Federal do Acre (UFAC), em 1988. É mestre (1998) e doutor (2003) em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Atua como Professor de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico (EBTT) no Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Acre e como docente em programas de pós-graduação stricto sensu, nos níveis de mestrado e doutorado, vinculados à UFAC e à Rede Amazônica de Ensino de Ciências e Matemática (REAMEC). Desenvolve estudos na área de Educação Matemática, com foco na formação de professores e na prática pedagógica.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6003432443072815>

E-mail: gilberto.melo@ufac.br



FICHA TÉCNICA

Título da dissertação	Funções Trigonométricas com a Metodologia Baseada em Problemas no 3º Ano do Ensino Médio
Título do Produto Educacional	Trigonometria em Ação: Uma Sequência Didática Investigativa com Aprendizagem Baseada em Problemas
Autora discente	Me. Andreza Suyllane Rodrigues dos Santos
Autor docente	Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Instituição	Universidade Federal do Acre- UFAC
Sinopse Descritiva	Este Produto Educacional apresenta uma Sequência Didática desenvolvida no âmbito de uma pesquisa de mestrado profissional, construída a partir da aplicação, análise e validação em sala de aula, com participação ativa dos estudantes no processo investigativo.
Público-alvo	Professores de Matemática da Educação Básica, e licenciandos em Matemática, em contextos de formação inicial e continuada.
Validação do Produto	O produto foi validado por três professores doutores que compuseram a banca de defesa da Dissertação.
Registro	Biblioteca da UFAC – Campus Sede, 2026.
Url do produto	http://www2.ufac.br/mpecim/menu/produtos-educacionais
Idioma	Língua Portuguesa
País	Brasil
Direitos de uso	Material educacional livre para uso não comercial. Citação obrigatória.

Sumário

PRODUTO EDUCACIONAL9

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO PRODUTO EDUCACIONAL10

ORGANIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL11

CARACTERIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DA PESQUISA.....12

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DA FORMAÇÃO GERAL BÁSICA13

BLOCO 1: COMO MEDIR O IMENSURÁVEL? 14

BLOCO 2: REVISANDO TRIÂNGULOS E TEOREMA DE PITÁGORAS 26

BLOCO 3: SEMELHANÇA ENTRE TRIÂNGULOS E PROPORCIONALIDADE 34

BLOCO 4: EXPLORAÇÃO E APLICAÇÃO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS 44

BLOCO 5: O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO 61

BLOCO 6: FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS 75

BLOCO 7: INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO 99

VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL103

CONSIDERAÇÕES FINAIS104

REFERÊNCIAS104

APRESENTAÇÃO

Caro (a) professor (a),

É com satisfação que apresentamos *Trigonometria em Ação*, uma Sequência Didática elaborada para o ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio.

Este Produto Educacional, desenvolvido no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UFAC, tem como objetivo central contribuir para a qualificação da sua prática docente por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Acreditamos que superar uma abordagem baseada na memorização de fórmulas é essencial para uma compreensão conceitual profunda e que se conecte a contextos reais.

A Sequência Didática organiza-se em situações de aprendizagem progressivas que articulam, de forma coerente, conceitos geométricos, razões trigonométricas, o círculo trigonométrico e as funções seno, cosseno e tangente. Como ponto de partida, contextos históricos e reais — como o experimento de Eratóstenes — estimulam investigações que promovem o protagonismo, o diálogo e a argumentação dos estudantes.

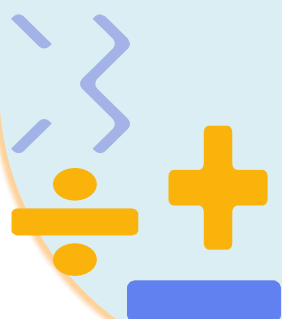
Validado em sala de aula e aprovado por banca examinadora de doutores, este material chega às suas mãos como um recurso didático flexível. Sua estrutura permite a adaptação à realidade da sua escola e turma, garantindo a aplicação dos princípios da ABP dentro dos seus tempos e recursos — independentemente da série em que o conteúdo de Funções Trigonométricas esteja inserido em seu currículo.

Nosso desejo é que *Trigonometria em Ação* seja um parceiro em sua jornada para promover uma aprendizagem matemática mais significativa e investigativa.

Contamos com seu olhar crítico e criativo para levar essa investigação à sala de aula.

Bom trabalho e excelente investigação!

Os Autores.



PRODUTO EDUCACIONAL

O Mestrado Profissional é uma modalidade de pós-graduação *stricto sensu* que tem como finalidade a formação continuada de profissionais, articulando pesquisa acadêmica e prática profissional. No contexto do Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre (MPECIM/UFAC), essa formação volta-se, prioritariamente, para professores da Educação Básica, por meio do desenvolvimento de estudos e pesquisas aplicadas que incidem diretamente sobre o processo de ensino e aprendizagem nas áreas de Biologia, Física, Química e Matemática.

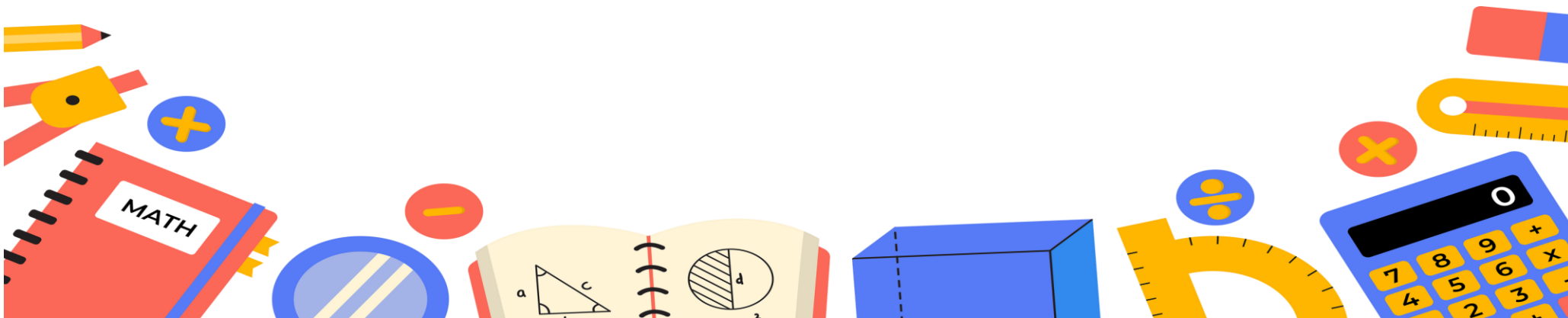
Um dos requisitos fundamentais para a conclusão do Mestrado Profissional é a elaboração de um Produto Educacional, entendido como um artefato pedagógico resultante de um processo investigativo, que deve ser:

aplicado em condições reais de sala de aula ou outros espaços de ensino, em formato artesanal ou em protótipo. Esse produto pode ser, por exemplo, uma sequência didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de vídeo-aulas, um equipamento, uma exposição, entre outros. A dissertação/tese deve ser uma reflexão sobre a elaboração e aplicação do produto educacional respaldado no referencial teórico metodológico escolhido. (Brasil, 2016, p. 15).

Neste trabalho, o Produto Educacional elaborado consiste em uma Sequência Didática voltada ao ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio, construída e refinada no âmbito de uma pesquisa de mestrado profissional. A Sequência Didática foi planejada, aplicada e analisada em contexto real de sala de aula, permitindo a articulação entre teoria e prática, bem como a produção de dados que subsidiam a reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria.

A proposta apresentada tem como objetivo oferecer aos professores de Matemática um material pedagógico estruturado, fundamentado e passível de adaptação a diferentes realidades escolares, contribuindo para o enfrentamento de dificuldades recorrentes no ensino da Trigonometria, frequentemente associado à memorização de fórmulas e à ausência de significado conceitual. Nesse sentido, a Sequência Didática busca promover uma abordagem investigativa, centrada na resolução de problemas e na participação ativa dos estudantes.

Este Produto Educacional apresenta, de forma organizada e sistematizada, todas as situações de ensino que compõem a Sequência Didática, bem como os instrumentos de avaliação e os procedimentos de validação adotados. Trata-se, portanto, de um material que não apenas descreve uma proposta pedagógica, mas explicita o percurso formativo e investigativo que orientou sua elaboração e aplicação, em consonância com os objetivos do Mestrado Profissional e com as diretrizes do programa.



FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional apresentado fundamenta-se em pressupostos teórico-metodológicos que concebem o ensino de Matemática como um processo ativo, investigativo e contextualizado, no qual os estudantes assumem papel central na construção do conhecimento. Nessa perspectiva, a proposta ancora-se na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) como metodologia estruturante da Sequência Didática.

A Aprendizagem Baseada em Problemas organiza o processo de ensino a partir de situações-problema que antecedem a formalização dos conceitos, favorecendo a mobilização de conhecimentos prévios, a investigação, o diálogo e a construção coletiva de significados. Essa abordagem rompe com práticas pedagógicas centradas exclusivamente na transmissão de conteúdos e na aplicação mecânica de procedimentos, promovendo o desenvolvimento da autonomia, do pensamento crítico e da argumentação matemática.

No ensino de Trigonometria, a adoção da ABP mostra-se especialmente pertinente, uma vez que esse campo da Matemática está historicamente vinculado à resolução de problemas envolvendo medições indiretas, relações geométricas e fenômenos periódicos. Ao iniciar o estudo a partir de problemas contextualizados, cria-se um ambiente propício para que os estudantes atribuam sentido aos conceitos trigonométricos, compreendendo-os para além da memorização de fórmulas.

A Sequência Didática foi concebida de modo a favorecer uma progressão conceitual, iniciando-se com situações diagnósticas e de retomada de conhecimentos geométricos fundamentais, avançando para a construção das razões trigonométricas no triângulo retângulo, sua ampliação para o estudo das funções trigonométricas e, por fim, a aplicação desses conhecimentos em situações contextualizadas.

Além disso, o Produto Educacional está alinhado às orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao promover o desenvolvimento de competências relacionadas à resolução de problemas, à comunicação matemática, à argumentação e ao uso de diferentes representações. Os registros produzidos ao longo das atividades subsidiam a avaliação formativa e a análise dos dados produzidos no contexto da pesquisa.

Acesse a página da dissertação no MPECIM:

<http://www2.ufac.br/mpecim/menu/dissertacoes>

ORGANIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O presente Produto Educacional foi organizado com o objetivo de facilitar a leitura, a compreensão e a utilização da proposta pedagógica por professores da Educação Básica. A estrutura do material busca orientar o leitor quanto ao percurso apresentado, evidenciando a intencionalidade formativa do produto e sua articulação com a pesquisa de mestrado profissional que o fundamenta.

O documento encontra-se estruturado de modo progressivo, iniciando-se com textos de contextualização e fundamentação do Produto Educacional. Em seguida, são apresentados os elementos que caracterizam a proposta pedagógica desenvolvida. Na parte central do material, encontra-se a descrição detalhada da proposta, organizada de forma articulada, e, ao final, são apresentados os instrumentos de avaliação, os procedimentos de validação e as considerações finais.

Essa organização busca favorecer a apropriação do Produto Educacional por outros professores, permitindo sua adaptação a diferentes contextos escolares, sem perder de vista o rigor acadêmico e o compromisso com a prática docente.



CARACTERIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DA PESQUISA

A Sequência Didática apresentada neste Produto Educacional é composta por dezessete situações de ensino, organizadas de forma progressiva e articulada, com o objetivo de promover a construção gradual dos conceitos de Trigonometria no 3º ano do Ensino Médio. O percurso didático foi planejado para favorecer a aprendizagem significativa, respeitando a progressão conceitual e a articulação entre conhecimentos geométricos e funcionais, fundamentado na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).

As situações estão estruturadas em cinco blocos temáticos, conforme detalhado a seguir:

Situações 1 a 3 – Diagnóstico e retomada de conhecimentos prévios

As situações iniciais têm como objetivo identificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca de triângulos, ângulos, semelhança de figuras e relações métricas. São propostas atividades investigativas e problemas contextualizados que permitem observar estratégias utilizadas pelos estudantes e possíveis lacunas conceituais.

Situações 4 a 7 – Razões trigonométricas no triângulo retângulo

Nessas situações, os estudantes investigam as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, a partir da análise de triângulos semelhantes. As atividades favorecem a compreensão da constância dessas razões e sua relação com medidas de ângulos, promovendo a construção conceitual antes da formalização algébrica.

Situações 8 a 11 – Funções trigonométricas e círculo trigonométrico

As situações seguintes abordam a ampliação das razões trigonométricas para o estudo das funções trigonométricas, com o auxílio do círculo trigonométrico. Os estudantes analisam valores, sinais e periodicidade das funções, bem como sua representação gráfica.

Situações 12 a 15 – Aplicações e modelagem

Nessas atividades, os estudantes aplicam os conhecimentos construídos na resolução de problemas contextualizados, envolvendo medições indiretas, fenômenos periódicos e situações do cotidiano. Destaca-se o uso do experimento de Eratóstenes como contexto histórico e investigativo.

Situações 16 e 17 – Síntese e avaliação

As situações finais destinam-se à sistematização dos conceitos estudados e à avaliação do processo de aprendizagem. São propostas atividades de síntese, resolução de problemas e avaliação bimestral, contemplando os conhecimentos desenvolvidos ao longo da Sequência Didática.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DA FORMAÇÃO GERAL BÁSICA

UNIDADE DE ENSINO:			
PROFESSOR (A):	COMPONENTE CURRICULAR:	SÉRIE: ____ BIMESTRE: ____	TURMAS:
COORDENADOR (A):	AULAS PREVISTAS: ____h	EXECUÇÃO: DE ____/____/____ A ____/____/____	
DELIMITAÇÃO TEMÁTICA			
COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3			
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.			
HABILIDADE FOCAL			
(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos; e (EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.			
HABILIDADE DE RECOMPOSIÇÃO			
• Demonstração de relações métricas do triângulo retângulo utilizando a semelhança de triângulos para a resolução e elaboração de problemas diversos. (9º Ano).			
DESCRITORES			
• D3- Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos • D10 - Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.			
OBJETOS DE CONHECIMENTO			
• Semelhança e congruência entre triângulos (por transformações geométricas homotéticas). • Relações métricas no triângulo retângulo; • Trigonometria no triângulo retângulo (principais razões trigonométricas). • Lei dos senos e lei dos cossenos. • Trigonometria no ciclo trigonométrico. • Unidades de medidas de ângulos (graus e radianos). • Funções trigonométricas (função seno; função cosseno e função tangente)			

Bloco 1

Introdução e Diagnóstico:

*Como Medir o
Imensurável?*

BLOCO 1

Conteúdos Mobilizados	○ Trigonometria: noções iniciais e contextualização histórica. ○ Triângulos e ângulos. ○ Estratégias de medição indireta.
Objetivo da Situação	○ Identificar conhecimentos prévios sobre triângulos, ângulos e medição indireta. ○ Contextualizar historicamente o uso da trigonometria através do experimento de Eratóstenes. ○ Estimular a reflexão sobre aplicações práticas da trigonometria.
Problema Orientador	○ Como é possível determinar medidas que não podem ser obtidas diretamente?
Tempo estimado	○ 1h
Recursos didáticos	○ Formulário de conhecimentos prévios. ○ Texto sobre Eratóstenes. ○ Quadro, pincel, projetor (opcional)
Organização da turma	○ Coletiva → Individual → Pequenos grupos → Socialização
Tipo de Avaliação	Diagnóstica: ○ Levantar concepções iniciais sobre triângulos, ângulos e aplicações da trigonometria; ○ Ajustar o nível de aprofundamento das atividades subsequentes.
Registros e evidências produzidas	○ Formulários de diagnóstico preenchidos. ○ Anotações das discussões. ○ Registro no quadro das conexões entre história e conceitos trigonométricos.

DETALHAMENTO DA AULA

1º MOMENTO – RODA DIALÓGICA
Tempo Sugerido: 5min.

O professor questiona:

“O que vocês associam à palavra ‘trigonometria’?”

“Como medir algo que não podemos alcançar diretamente?”

• Registre no quadro as ideias centrais trazidas pelos alunos.

2º MOMENTO – SONDAAGEM DIAGNÓSTICA
Tempo Sugerido: 15min.

Entrega do Formulário	Preenchimento	Objetivo
• Cada estudante recebe o Formulário de Conhecimentos Prévios	• Individual, sem intervenção, podendo somente esclarecer algum termo.	• Mapear concepções iniciais, lacunas e expectativas.

*Professor (a),
Esse momento permite ajustar as atividades seguintes conforme o perfil da turma.*

1. FORMULÁRIO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Caro estudante, este questionário foi elaborado com o objetivo de identificar e avaliar seu nível de conhecimento prévio em relação aos conceitos fundamentais de trigonometria que serão abordados no decorrer dos próximos encontros.

Através dele, busca-se compreender o quanto já se sabe sobre os temas que serão estudados, permitindo ao professor adaptar as atividades de acordo com as necessidades e níveis de entendimento da turma.

1. NOME (opcional): _____

2. Série: _____

3. Escola: _____

4. Como você descreveria suas experiências anteriores com funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente)?

5. Quais conceitos você acredita já ter compreendido sobre essas funções?

6. Em quais situações ou contextos você percebeu o uso das funções trigonométricas?

7. Como você se sente em relação ao estudo de funções trigonométricas?

8. Você acha que esses conceitos são relevantes para a sua vida cotidiana? Por quê?

9. Quais métodos de ensino você considerou mais eficazes para aprender matemática até agora?

10. Já teve experiências com metodologias ativas de aprendizagem? Se sim, como descreveria essa experiência?

11. O que você espera obter ao participar das atividades de aprendizado atuais sobre funções trigonométricas?

12. Quais desafios você antecipa ao estudar esses conceitos?

3º MOMENTO – CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA: O EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES

Tempo Sugerido: 25min.

Antes da Leitura Compartilhada:

Questione, sempre atento ao que os alunos têm a dizer.

Vocês já imaginaram como alguém poderia medir o comprimento da terra há mais de 2.000 anos, sem auxílio de tecnologia avançada?

Que tal explorarmos um pouco sobre essa história?

☐ Leitura compartilhada do texto: “Quem Mediu o Comprimento da Terra? ”

- ✓ Iniciar a leitura compartilhada do texto: “Quem Mediu o Comprimento da Terra? “, com a finalidade de contextualizar historicamente o uso da Trigonometria, através do experimento de Eratóstenes.
- ✓ O objetivo nesta etapa, é estimular a reflexão dos alunos sobre a aplicação da trigonometria no experimento de Eratóstenes e em outras situações práticas.
- ✓ Durante a leitura, tente destacar, junto aos alunos: sombras, ângulos, proporcionalidade e raciocínio geométrico.

ACESSE O TEXTO ATRAVÉS DO LINK:

<https://1drv.ms/b/c/2c027a1e7ba34e79/IQB5TqN7HnoCIIAsPDwAAAAAAY1xTK6psZeUpw9zEsT5u8E?e=oTAjVK>

Professor (a),

Se preferir, projete as imagens do texto ou esquematize no quadro para ilustrar o experimento.

Sintetize as respostas no quadro, ligando as ideias aos conceitos que serão estudados.

2. TRIGONOMETRIA: QUEM MEDIU O COMPRIMENTO DA TERRA?



TRIGONOMETRIA: QUEM MEDIU O COMPRIMENTO DA TERRA?



PROF. ANDREZA RODRIGUES



VOCÊS JÁ IMAGINARAM COMO ALGUÉM PODERIA MEDIR O COMPRIMENTO DA TERRA HÁ MAIS DE 2.000 ANOS, SEM TECNOLOGIA AVANÇADA?

Há mais de dois mil anos, Eratóstenes (276 a.C. - 194 a.C.), um matemático e astrônomo da Grécia Antiga, conseguiu calcular o tamanho da Terra usando conceitos básicos de Matemática e Geometria. Nascido em Cirene, na Líbia, ele também foi um dos primeiros a perceber que a Terra era curva, com base em observações simples e engenhosas.



FONTE DA IMAGEM: [HTTPS://ACIENCIADIVULGADA.FILES.WORDPRESS.COM/2019/07/1920PX-POLARROUTE.PNG?W=683&H=431&CROP=1](https://acienciadivulgada.files.wordpress.com/2019/07/1920PX-POLARROUTE.PNG?W=683&H=431&CROP=1)

Em torno de 240 a.C., enquanto trabalhava como bibliotecário na famosa Biblioteca de Alexandria, Eratóstenes leu em documentos que, durante o solstício de verão, os poços da cidade de Siena (atual Assuã, no Egito) não projetavam sombras no fundo, enquanto, em Alexandria, na mesma data e horário, as sombras ainda eram visíveis. Ele deduziu que essa diferença nas sombras se devia à curvatura da Terra.





IMAGEM CRIADA POR I.A

Eratóstenes teve a ideia de que, se ele pudesse medir o ângulo da sombra em Alexandria e soubesse a distância entre Siena e Alexandria, poderia calcular a circunferência da Terra. Para isso, ele contratou um "bematista", uma pessoa treinada para medir distâncias caminhando com passos regulares, que estimou a distância entre as duas cidades em 5.040 "stadium", uma unidade de medida antiga.

No mesmo dia, em Alexandria, Eratóstenes fincou uma vareta perpendicular ao solo e mediu o comprimento da sombra que ela projetava. Com essa medida, ele calculou o ângulo formado pela sombra, que foi de $7,2^\circ$, ou seja, $1/50$ da circunferência total da Terra. Usando essa proporção, ele concluiu que a circunferência da Terra deveria ser 50 vezes a distância entre Siena e Alexandria, resultando em aproximadamente 252.000 "stadium".



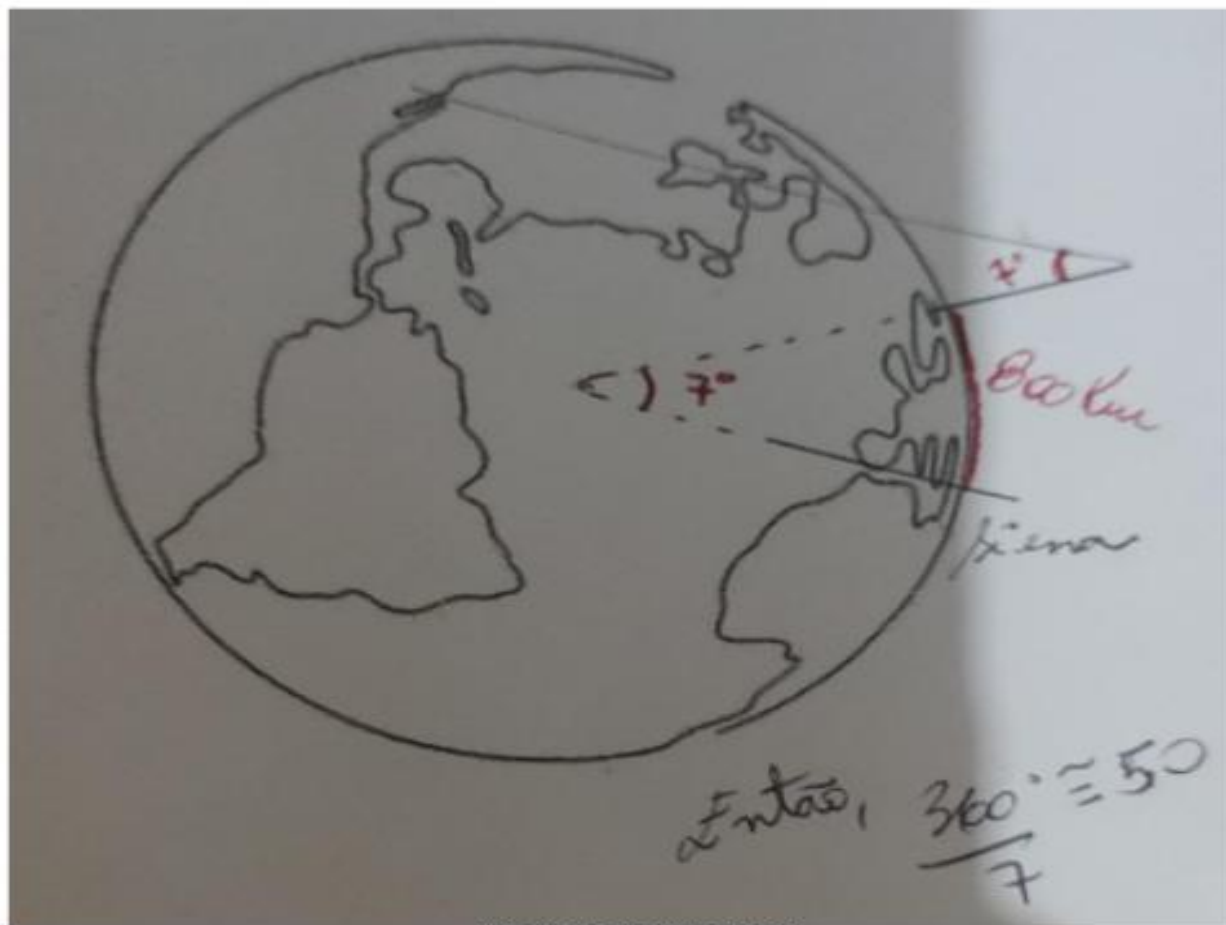


IMAGEM DE ARQUIVO PESSOAL

Embora existissem diferentes comprimentos de "stadium" na época, estudos modernos estimam que a circunferência calculada por Eratóstenes seria equivalente a cerca de 39.700 km, muito próxima do valor correto de 40.008 km.

Esse experimento é impressionante, pois, com ferramentas simples, Eratóstenes conseguiu chegar a um resultado que permanece bastante preciso até hoje.



A história de Eratóstenes nos mostra como a curiosidade e a observação atenta podem levar a descobertas extraordinárias.

Com ferramentas simples e conceitos básicos de trigonometria, ele conseguiu medir algo tão vasto quanto a circunferência da Terra.

Isso nos convida a refletir sobre o poder da matemática em nossa vida cotidiana e como ela pode ser usada para resolver problemas complexos e desvendar mistérios do universo.

Assim como Eratóstenes, você também pode usar a trigonometria para explorar, questionar e entender o mundo ao seu redor.

A cada novo conceito aprendido, você está desenvolvendo habilidades que podem levar a descobertas surpreendentes e inovadoras.

A pergunta que fica é:

O que mais a trigonometria pode nos ensinar?



4º MOMENTO – DISCUSSÃO E REFLEXÃO

Tempo Sugerido: 10min.

❑ Em pequenos grupos, os alunos serão instigados a responder as questões abaixo, e em seguida, essas respostas deverão ser socializadas com toda a turma:

✓ Que princípios matemáticos Eratóstenes usou?

✓ Em que situações do nosso dia a dia precisamos medir sem tocar?

❑ Professor, esquematize no quadro, conectando história, cotidiano e trigonometria.

ANTECIPAÇÃO

- **PERGUNTA DO ALUNO:** *Trigonometria é só fórmula? Vamos decorar seno e cosseno?*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *Vamos começar pela necessidade real de medir. As fórmulas virão depois, como ferramentas que fazem sentido.*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *Eratóstenes fez isso mesmo? Como ele sabia que a Terra era redonda?*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *Na época, já havia suspeitas. Ele usou observação, geometria e uma boa dose de criatividade.*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *Isso é matemática ou história?*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *A matemática nasce de problemas reais. A história nos mostra o 'porquê'. Vamos juntar as duas!*

Bloco 2

Revisando Triângulos e Teorema de Pitágoras



Imagem ilustrativa gerada por ferramenta de inteligência artificial (Leonardo AI), utilizada exclusivamente para fins educacionais.

BLOCO 2

Conteúdos Mobilizados	○ Classificação de Triângulos. ○ Teorema de Pitágoras: conceito e aplicação
Objetivo da Situação	○ Revisar classificação do triângulo retângulo. ○ Relembrar e aplicar o Teorema de Pitágoras. ○ Relacionar o teorema a situações práticas.
Problema Orientador	○ Como é possível determinar medidas que não podem ser obtidas diretamente?
Tempo estimado	○ 2h
Recursos didáticos	○ Cruzadinha (impressa ou via link/QR) ○ Quadro, pincel. ○ Papel A4 para dobraduras. ○ Cards com problemas com teorema de Pitágoras.
Organização da turma	○ Individual → Duplas → Coletiva
Tipo de Avaliação	Formativa: ○ Cruzadinha de classificação de triângulos ○ Resolução de problemas com teorema de Pitágoras
Registros e evidências produzidas	○ Dobraduras ○ Resolução de problemas. ○ Anotações nos cadernos.

DETALHAMENTO DA AULA

1º MOMENTO – RETOMADA E MOTIVAÇÃO

Tempo Sugerido: 10min.

Pergunta disparadora:

“Lembram do desafio de medir sem tocar? ”

“E se o objeto for um triângulo? O que já sabemos sobre ele? ”

2º MOMENTO – ATIVIDADE: CRUZADINHA DE CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS

Tempo Sugerido: 25min.

Entrega da atividade

- Os alunos recebem a Cruzadinha.

Preenchimento

- Individual, revisando termos como: soma dos ângulos internos, desigualdade triangular, elementos, etc.

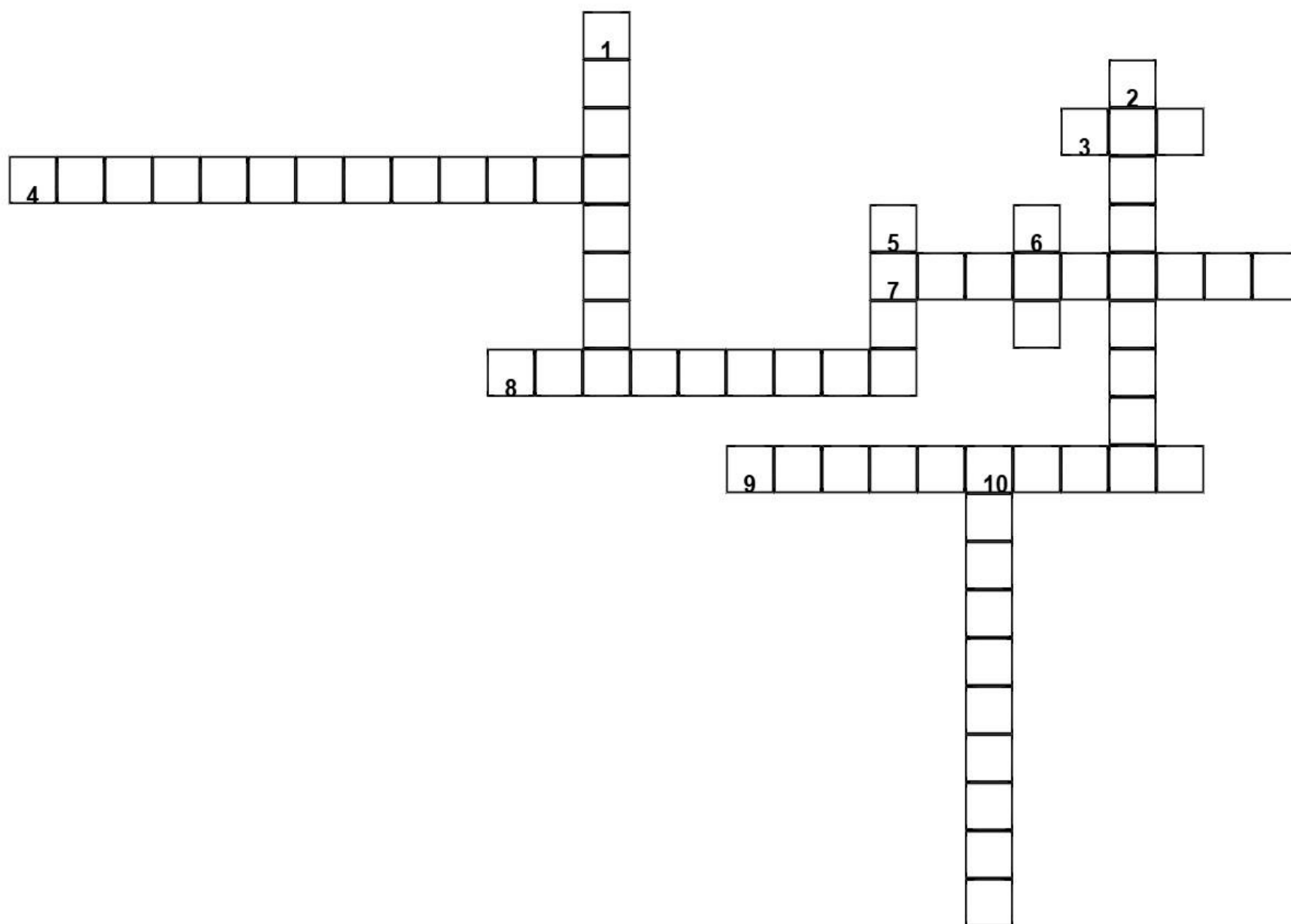
Revisão e Diálogo

- Correção coletiva no quadro, com explanação de conceitos.

Professor (a),

Este momento é fundamental para mapear conhecimentos prévios e ajustar a profundidade das próximas atividades.

3. CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS EM CRUZADINHA



Horizontais

3. Em um triângulo, a medida de qualquer um dos lados é sempre menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.?
4. Soma dos ângulos internos de um triângulo.
7. Triângulo que possui um ângulo reto.
8. riângulo que tem dois dos seus lados com medidas iguais.
9. Em um triângulo retângulo, qual é o lado oposto ao ângulo reto?

Verticais

1. riângulo que tem todos os lados com medidas diferentes.
2. Teorema que relaciona as medidas dos lados de um triângulo retângulo.
5. Quantos lados um triângulo possui?
6. Um triângulo pode ter mais de um ângulo reto?
10. Triângulo que tem todos os lados com medidas iguais.

3º MOMENTO – CORREÇÃO E REVISÃO CONCEITUAL

Tempo Sugerido: 20min.

Questione

- ✓ O que caracteriza um triângulo retângulo?
- ✓ Por que a hipotenusa é sempre o maior lado?
- ✓ Onde ficam os catetos em relação ao ângulo reto?

☐ Sistematização das propriedades:

- Classificação de Triângulos: a partir da medida dos lados e dos ângulos.
- Relação entre lados: desigualdade triangular.

Código QR:



LINK DA ATIVIDADE:

https://www.educolorir.com/crosswords/introducao_a_trigonometria-363964f7d2fd4899e2184be8e80a24e4

Professor (a),

À medida que os conceitos vão sendo retomados, organize no quadro as ideias centrais mencionadas pelos estudantes, destacando os termos catetos, hipotenusa e ângulo reto, bem como as classificações dos triângulos.

Transição para o Teorema de Pitágoras: “Em um triângulo retângulo, como os lados se relacionam?”

4º MOMENTO – DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Tempo Sugerido: 25min.

Peça para que a turma transcreva a frase a seguir para linguagem algébrica:

“em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.”

➤ É esperado que eles relembrem a expressão do teorema:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Professor (a),

- Nesse momento, aproveite para recapitular os conceitos de classificação de triângulos e Teorema de Pitágoras, e preparar os alunos para a demonstração prática do teorema através de dobraduras, utilizando uma folha de papel A4.

Material Necessário

- ✓ 1 folha de papel A4- por aluno
- ✓ Canetas/ lápis coloridos (pelo menos 2 cores diferentes).

- ✓ **Passo a Passo da Dobradura (oriente para que os alunos pressionem bem cada dobra para marcar o papel com nitidez)**
 - Formação do Triângulo Retângulo:** Leve uma das pontas do papel até a extremidade do lado oposto. Descarte a parte inferior da folha, devendo permanecer apenas com o triângulo retângulo formado;
 - Formando triângulos:** Em seguida, dobre o papel ao meio, formando um triângulo equilátero. Repita esse processo por mais 2x;
 - Formando quadrados:** Abra toda a folha, desfazendo todas as dobras. Ao fazer isso, observe que você tem um quadrado. Dobre- o ao meio, formando um retângulo. Depois dobre- o novamente, ao meio, formando outro quadrado. Dobre novamente, fazendo um novo retângulo, e uma última vez, voltando para a forma de quadrado.
 - Desfazendo as dobras:** Abra novamente todo o papel, desfazendo as dobras. Observe que as marcas das dobraduras feitas no papel formam alguns polígonos.
 - Destacando os elementos:** Dentre os polígonos marcados na folha, escolha um dos triângulos retângulos e o contorne, com um pincel ou caneta colorida. Com pincel de outra cor, destaque os quadrados marcados em cada lado desse triângulo.
 - Vendo a mágica acontecer:** Observe que, cada quadrado tem as suas diagonais marcadas, os dividindo em outros triângulos. Em cada quadrado, conte os triângulos formados por essas diagonais.

5º MOMENTO – APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Tempo Sugerido: 30min.

Professor (a),

- Após a demonstração realizada por meio das dobraduras, recomenda-se que os alunos sejam convidados a resolver problemas que envolvem o Teorema de Pitágoras, com a finalidade de consolidar a compreensão prática do teorema e reconhecer sua aplicabilidade em diferentes contextos matemáticos e cotidianos.

Abordagem realizada durante a pesquisa

Na experiência aqui descrita, foram utilizados *cards* com problemas, nos quais cada estudante sorteou um *card* e assumiu a responsabilidade de resolver individualmente o desafio proposto.

NOTA AO PROFESSOR:

Para confecção dos *cards*, imprimir algumas situações- problema extraídos de diversas páginas da internet, os recortei e coleí em folha de EVA.



Imagem: Arquivo da pesquisadora

No lugar dos *cards* impressos, você pode:

1. **Escrever os problemas no quadro** e pedir que os alunos copiem e resolvam.
2. **Criar seus próprios cards** com tiras de papel antes da aula, com problemas do nível da turma.
3. **Usar problemas do livro didático** da escola, adaptando-os para a dinâmica de cards.

6º MOMENTO – SOCIALIZAÇÃO E SÍNTESE

Tempo Sugerido: 10min.

☐ Registro no quadro:

- ✓ O que é o Teorema de Pitágoras?
- ✓ Em que tipo de triângulo ele se aplica?
- ✓ Como usá-lo na prática?

☐ Pergunta de fechamento:

- ✓ *Como o Teorema de Pitágoras pode nos ajudar a medir o 'imensurável'? “*

ANTECIPAÇÃO

- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Isso sempre funciona com qualquer triângulo retângulo? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Sim! Essa é uma propriedade matemática garantida para todo triângulo retângulo. ”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“E se o triângulo não for retângulo? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Aí usamos outras relações, como a Lei dos Cossenos, que veremos mais adiante. ”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *Precisamos decorar a fórmula depois dessa atividade? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Agora vocês entenderam de onde ela vem. A memorização fica mais fácil quando compreendemos o conceito. ”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“A gente pode precisar disso em algum trabalho? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Sim! Existem profissões que utilizam o teorema, como: Engenharias, Arquitetura, Topografia, etc. ”*

Bloco 3

Semelhança entre Triângulos e Proporcionalidade

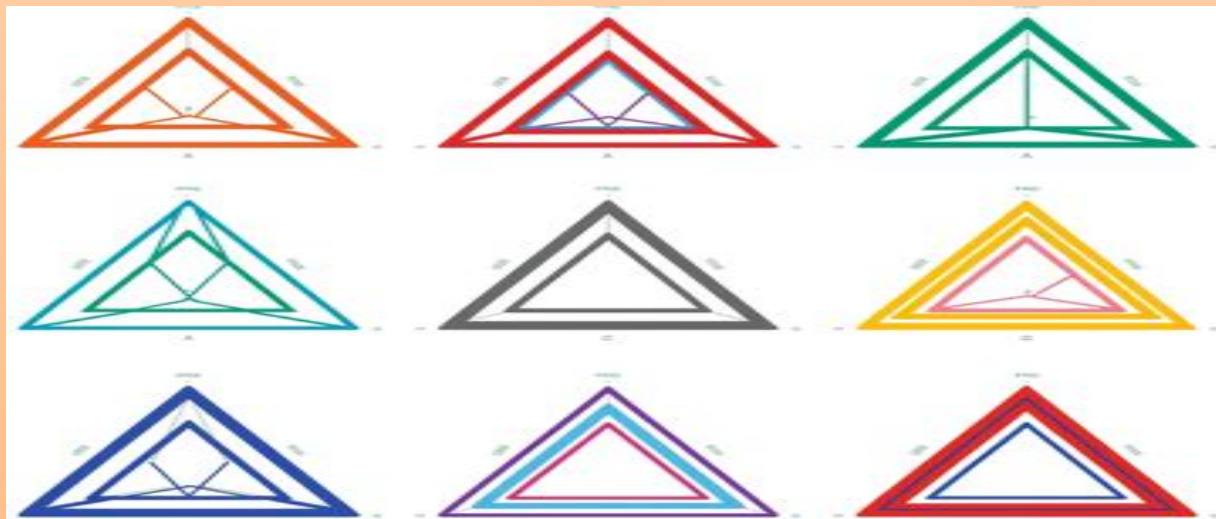


Imagem ilustrativa gerada por ferramenta de inteligência artificial (Leonardo AI), utilizada exclusivamente para fins educacionais.

BLOCO 3

Conteúdos Mobilizados	○ Critérios de semelhança de triângulos (AA, LAL, LLL). ○ Relações de proporcionalidade entre lados correspondentes. ○ Teorema de Tales e aplicações em medições indiretas.
Objetivo da Situação	○ Investigar experimentalmente a semelhança de triângulos a partir de construções geométricas. ○ Compreender ângulos congruentes e lados proporcionais como fundamentos do Teorema de Tales. ○ Aplicar a semelhança na resolução de problemas práticos.
Problema Orientador	○ Como podemos medir a altura de um prédio ou árvore sem instrumentos de medição direta?
Tempo estimado	○ 2h
Recursos didáticos	○ Régua, transferidor, lápis, papel. ○ Roteiro da atividade investigativa. ○ Quadro, pincel, projetor (opcional).
Organização da turma	○ Duplas → Coletiva
Tipo de avaliação	Formativa: ○ Atividade investigativa de medição e comparação de triângulos ○ Questionário investigativo
Registros e evidências produzidas	○ Tabelas com medidas de ângulos e lados. ○ Esquemas de triângulos semelhantes. ○ - Respostas escritas ao questionário investigativo.

DETALHAMENTO DA AULA

1º MOMENTO – INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO
Tempo Sugerido: 10min.

Pergunta disparadora:

“Como seria possível medir a altura de uma árvore ou prédio sem precisar escalar? ”

➤ *Utilize o texto da atividade a seguir para auxiliar na contextualização, conte brevemente a história de Tales de Mileto, destacando sua estratégia de observar sombras e proporções geométricas para medir alturas.*

2º MOMENTO – ATIVIDADE INVESTIGATIVA: MEDIÇÃO E COMPARAÇÃO DE TRIÂNGULOS
Tempo Sugerido: 40min.

Entrega da atividade	Leitura compartilhada	Preenchimento	Revisão e Diálogo
Organizar a turma em duplas e distribuir réguas, transferidores, e o roteiro da atividade, para cadauma delas.	Conduzir a leitura do material, bem como uma breve troca de ideias acerca da experiência de Tales de Mileto.	Orientar a turma para que preencham cuidadosamente cada etapa da atividade, realizando cada medição solicitada na atividade	Análise coletiva onde todas as duplas terão que compartilhar seus resultados e observações.

Professor (a),

Se não for possível imprimir ou projetar o material para sua turma, você pode pedir para que eles acessem online, através do código QR disponibilizado na página seguinte, ou escrever na lousa e pedir para que copiem nos cadernos.

Medição e Comparação de Triângulos

Dinâmica

- 1. **Construção do triângulo maior:** traçar um triângulo retângulo qualquer, marcando os vértices A, B e C.
- 2. **Medições iniciais:** medir ângulos (A, B e C) e lados (AB, BC e AC), registrando em tabela.
- 3. **Formação do triângulo menor:** traçar um segmento paralelo à base, formando o triângulo ADE dentro do maior.
- 4. **Medições do triângulo menor:** medir ângulos (A, D, E) e lados (AE, ED, AD), registrando em tabela.
- 5. **Comparação entre os triângulos:** verificar se ângulos correspondentes são iguais e se os lados são proporcionais.
- 6. **Testando hipóteses:** discutir em dupla se os triângulos são semelhantes e justificar a resposta por escrito.

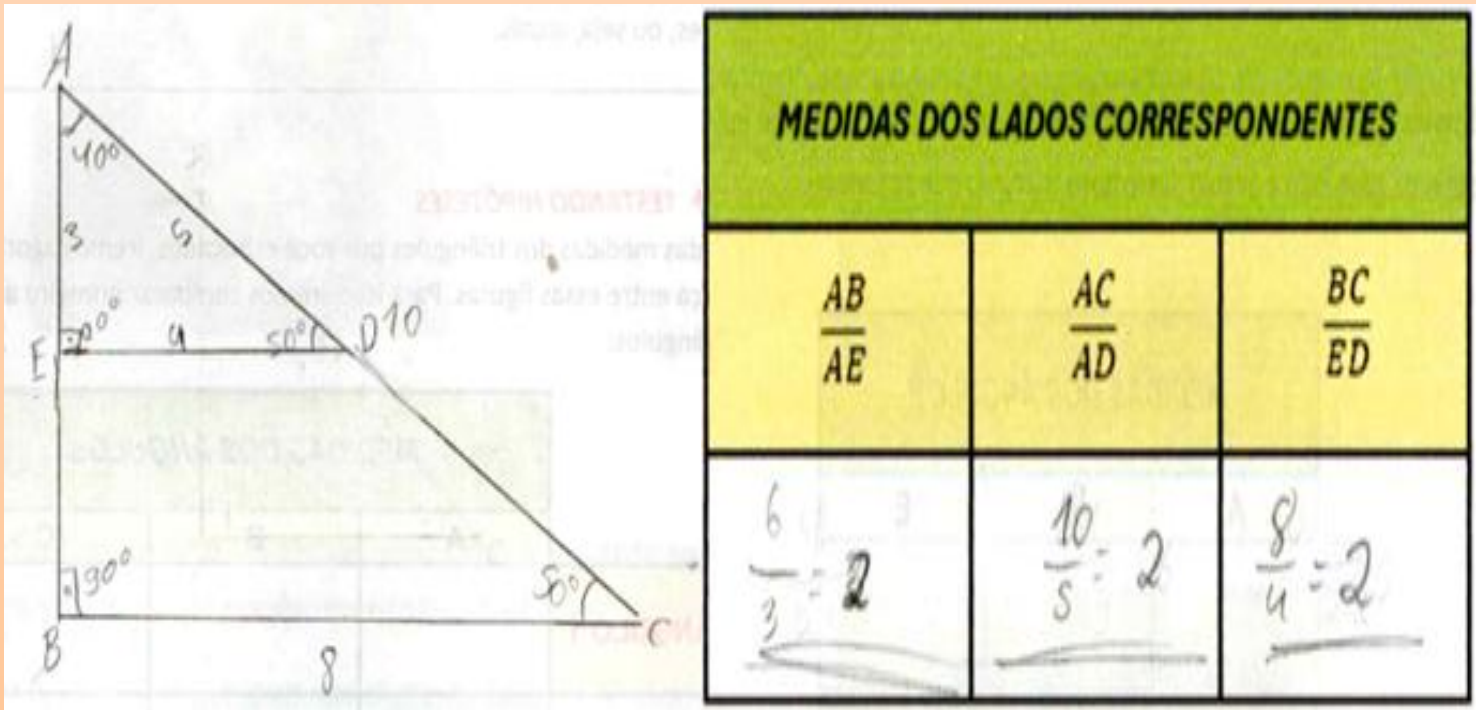


IMAGEM: Arquivo da Autora

4. SEMELHANÇA ENTRE TRIÂNGULOS

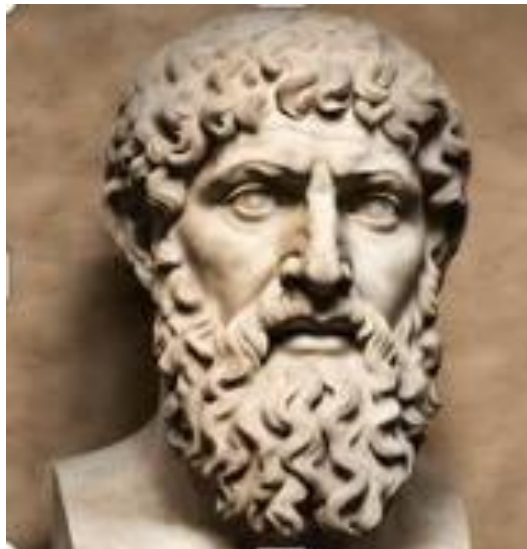


Imagem retirada da internet

SEMELHANÇA ENTRE TRIÂNGULOS

Imagine se você pudesse medir a altura de uma árvore gigante sem precisar escalar ou usar equipamentos complexos.

O que você diria se eu te contasse que um matemático do passado, chamado Tales de Mileto, conseguiu fazer algo assim há mais de dois mil anos?

Tales descobriu que, ao observar as sombras e as proporções formadas por linhas paralelas e transversais, era possível revelar segredos ocultos nas formas ao nosso redor.

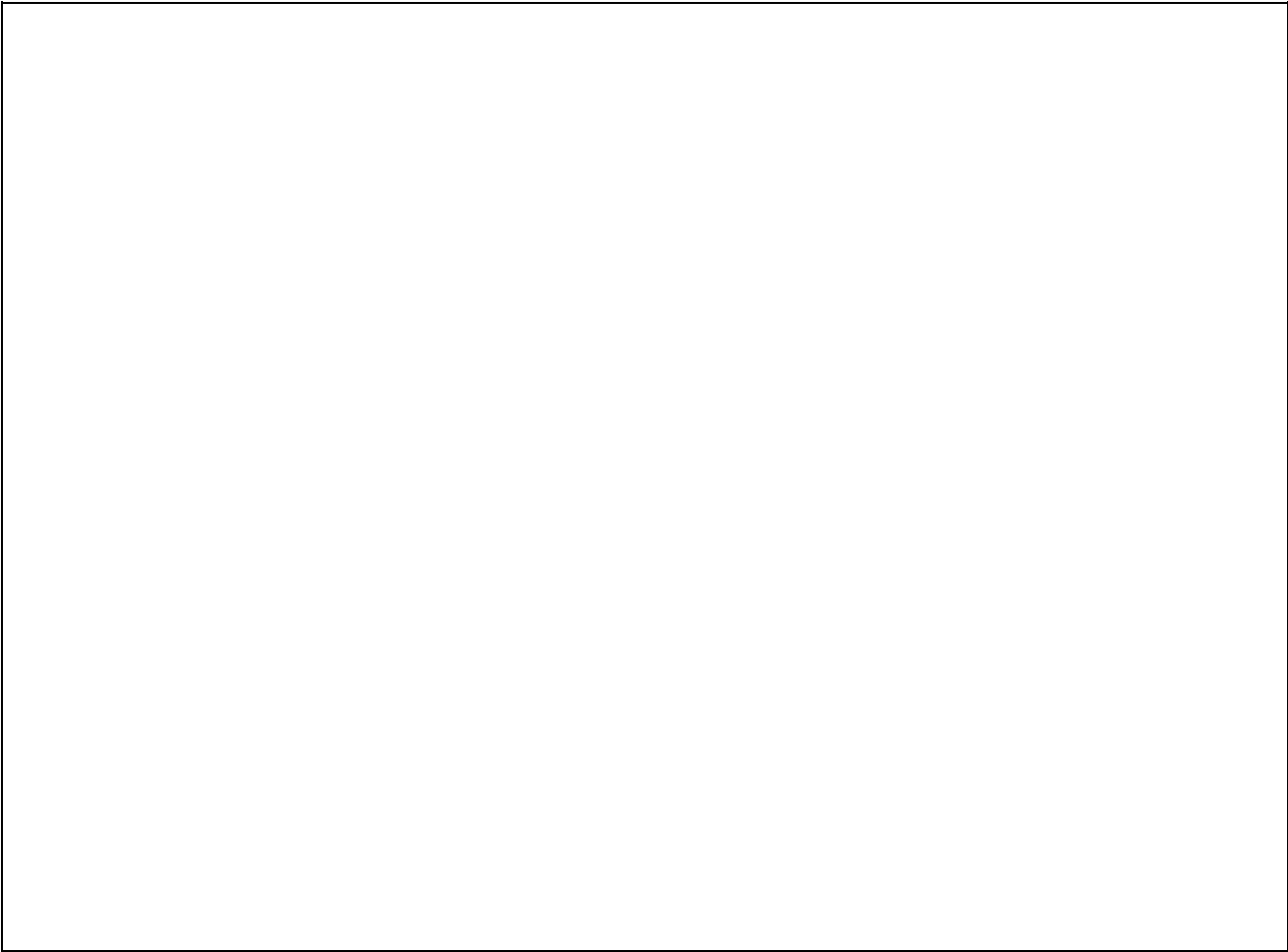
Esse princípio, conhecido como Teorema de Tales, não só revolucionou a matemática como abriu portas para inúmeras aplicações práticas, desde o estudo dos astros no céu até a compreensão das proporções em triângulos.

Tales, um dos primeiros grandes pensadores a buscar respostas racionais para os mistérios do Universo, nos deixou um legado que ainda hoje nos permite explorar e desvendar o mundo de maneira fascinante.

Que tal descobrir como você também pode aplicar esse conhecimento e explorar as proporções geométricas em situações reais?

Atividade investigativa: Semelhança entre triângulos

1. No espaço abaixo, trace um triângulo retângulo qualquer. Você deverá marcar cada vértice desse triângulo com as letras A, B e C.



2. Com ajuda de um transferidor e uma régua, meça as medidas de cada lado e de cada ângulo do triângulo que você desenhou. Anote na tabela abaixo:

MEDIDAS DOS ÂNGULOS		
A	B	C
MEDIDAS DOS LADOS		
AB	BC	AC

3. No triângulo desenhado, trace um segmento de reta paralela à base. Marque os vértices desse novo triângulo (com exceção do vértice A), da seguinte maneira: letra D no lado AC, e letra E no lado AB. Observe que, um triângulo menor foi formado no interior do triângulo maior. Meça e anote as medidas de cada lado e ângulo desse novo triângulo que se formou.

MEDIDAS DOS ÂNGULOS		
A	D	E
MEDIDAS DOS LADOS		
AE	ED	AD

NOTA: Conforme Talles de Mileto provou, dois triângulos são considerados semelhantes quando, pelo menos, dois dos seus lados correspondentes são proporcionais e a medida dos ângulos entre esses lados são congruentes, ou seja, iguais.

➤ **TESTANDO HIPÓTESES**

4. De posse das medidas dos triângulos por você esboçados, iremos agora testar o grau de semelhança entre essas figuras. Para isso, iremos comparar primeiro as medidas dos ângulos desses triângulos:

MEDIDAS DOS ÂNGULOS			
	A	B	C
TRIÂNGULO 1			
	A	E	D
TRIÂNGULO 2			

Agora, vamos comparar as medidas dos lados correspondentes:

MEDIDAS DOS LADOS CORRESPONDENTES		
$\frac{AB}{AE}$	$\frac{AC}{AD}$	$\frac{BC}{ED}$

5. Analisando os resultados, você diria que as figuras que você esboçou são semelhantes? Justifique na caixa de diálogo abaixo.

3º MOMENTO – SOCIALIZAÇÃO DA ATIVIDADE E REVISÃO DO TEOREMA DE TALES

Tempo Sugerido: 35min.

Professor (a),

- Antes de pedir para que as duplas compartilhem seus resultados, escreva na lousa o enunciado formal do Teorema de Tales no quadro: “**Se retas paralelas são cortadas por duas transversais, os segmentos determinados nas transversais são proporcionais.**”.
- Em seguida, apresente o diagrama clássico (paralelas cortadas por transversais) e escreva a proporção:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$$

- Peça para que as duplas apresentem e comparem seus respectivos resultados.

Questione

1. Todos chegaram à mesma conclusão?
2. As razões entre os lados foram iguais para todos os grupos?

Sistematizar no quadro:

Ângulos correspondentes → congruentes + Lados correspondentes → proporcionais

Em seguida, relacione com os critérios de semelhança:

(AA, LAL, LLL)

Desafie a turma:

Você está em um parque e vê uma árvore muito alta. Curioso para saber a altura dela, você decide usar o conceito de semelhança de triângulos. Com uma vara de 1,5 metros, você faz uma sombra de 2 metros no chão. Ao medir a sombra da árvore, você percebe que ela tem 10 metros. Qual é a altura da árvore?

Professor (a),

Demonstre como usar corretamente transferidor e régua. Acompanhe os alunos durante a atividade, auxiliando no posicionamento e leitura das medidas.

4º MOMENTO – RESOLUÇÃO E SÍNTESE

Tempo Sugerido: 20min.

❑ Realize a correção com a turma:

1. Identificação dos Triângulos Semelhantes:

- ✓ Temos dois triângulos: o primeiro formado pela vara e sua sombra, e o segundo pela árvore e sua sombra.
- ✓ Ambos os triângulos são semelhantes porque compartilham um ângulo reto e têm um ângulo formado pelos raios do sol que incidem de maneira paralela.

2. Estabelecimento das Proporções:

- ✓ Sabemos que as proporções dos lados correspondentes de triângulos semelhantes são iguais.
- ✓ Portanto, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{\text{altura da vara}}{\text{altura da árvore}} = \frac{\text{sombra da vara}}{\text{sombra da árvore}}$$

3. Estabelecendo as Proporções:

$$\frac{1,5}{x} = \frac{2}{10}$$

4. Resolvendo a equação:

$$1,5 \cdot 10 = 2x$$

$$15 = 2x$$

$$\frac{15}{2} = x$$

$$7,5 = x$$

Resposta: A altura da árvore é de 7,5 metros.

❑ Conclusão:

- ✓ *O Teorema de Tales é a base que garante a proporcionalidade observada.*
- ✓ *Esse conhecimento permite resolver problemas práticos, como calcular alturas e distâncias sem medi-las diretamente*

Acesse pelo link:

<https://1drv.ms/b/c/2c027a1e7ba34e79/IQB5TqN7HnoCIIAsZzwAAAAAATe-z45EsDITY363qx4fG08?e=vCgHWp>

Ou, pelo código QR:



ANTECIPAÇÃO

- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Se os ângulos forem iguais, os triângulos são sempre semelhantes, mesmo que os lados não sejam proporcionais?”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *Se os ângulos são iguais (critério AA), os lados serão automaticamente proporcionais. A semelhança garante as duas coisas: ângulos iguais e lados proporcionais.”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“E se eu medir errado o ângulo? Um triângulo de 89° é semelhante a um de 90° ?”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Não. A semelhança exige ângulos exatamente iguais. Pequenas diferenças nas medidas já criam triângulos diferentes.”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Isso funciona com triângulos escalenos também, ou só com retângulos?”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *Funciona com qualquer triângulo! Hoje usamos o retângulo por facilidade, mas os critérios valem para todos.”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Como Tales sabia que o chão era plano e o Sol estava longe?”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Ele assumiu que os raios solares são praticamente paralelos porque o Sol está muito distante. E mediu em local plano para garantir a proporção.”*

Bloco 4

Exploração e Aplicação das Razões Trigonométricas



IMAGEM: Arquivo Pessoal

BLOCO 4

Conteúdos Mobilizados	○ Semelhança de triângulos ○ Proporcionalidade ○ Razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente)
Objetivo da Situação	○ Investigar experimentalmente a constância das razões trigonométricas em triângulos retângulos semelhantes. ○ Compreender e nomear as razões trigonométricas. ○ Aplicar os conceitos trigonométricos para analisar o experimento de Eratóstenes.
Problema Orientador	○ Se dois triângulos possuem a mesma forma, mas tamanhos diferentes, o que acontece quando comparamos as relações entre seus lados? ○ Como Eratóstenes usou essas relações para medir a circunferência da Terra?
Tempo estimado	○ 3h
Recursos didáticos	○ Folha impressa com triângulos semelhantes ○ Régua, lápis e transferidor ○ Quadro, pincel, projetor e calculadora simples (opcional)
Organização da turma	○ Duplas → Socialização Coletiva
Tipo de Avaliação	Formativa: ○ Medição de lados e cálculo de razões ○ Tabelas comparativas
Registros e evidências produzidas	○ Tabelas com medidas, cálculos das razões trigonométricas e resolução de problemas.

DETALHAMENTO DA AULA

1º MOMENTO – RETOMADA E ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Tempo Sugerido: 15min.

Professor (a),

Inicie retomando, de forma dialogada, a semelhança de triângulos e a ideia de proporcionalidade entre lados correspondentes.

Pergunta disparadora:

“ O que caracteriza dois triângulos como semelhantes? “

“Se ampliarmos um triângulo, o que muda? E o que permanece? “

➤ *As ideias levantadas pelos estudantes devem ser registradas no quadro, sem validações imediatas, servindo como ponto de partida para a investigação.*

Professor (a),

Neste momento, evite antecipar conceitos ou fórmulas. O objetivo é ativar conhecimentos prévios e criar uma tensão cognitiva que justifique a investigação proposta.

2º MOMENTO – ATIVIDADE INVESTIGATIVA: RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Tempo Sugerido: 45min.

Organize a turma

- Separe a turma em duplas ou trios.

A atividade

- Entregue uma cópia da atividade para cada dupla.

Orientação

- Auxilie na medição e no preenchimento das tabelas.

Medição e Registros

Dinâmica

De posse da atividade, as duplas serão orientadas a:

1. Medir os lados dos triângulos (cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa);
2. Registrar os valores em uma tabela;
3. Calcular as seguintes razões:
 - cateto oposto / cateto adjacente
 - cateto oposto / hipotenusa
 - cateto adjacente / hipotenusa

MEDIDAS DOS LADOS DOS TRIÂNGULOS			
	ALTURA	BASE	HIPOTENUSA
TRIÂNGULO 1 (AMARELO)	19,5 cm	22,5 cm	29 cm
TRIÂNGULO 2 (VERDE)	17 cm	19,5 cm	26 cm
TRIÂNGULO 3 (AZUL)	15 cm	17,5 cm	23 cm
TRIÂNGULO 4 (AMARELO)	9 cm	11cm	14,5 cm

Durante a atividade, é imprescindível que o professor circule entre as duplas, observando estratégias, esclarecendo dúvidas operacionais e incentivando o registro cuidadoso das medidas.

Professor,

É esperado que os valores numéricos encontrados apresentem pequenas variações.

Explique aos alunos que essas diferenças decorrem de imprecisões de medida e arredondamentos e não devem ser tratadas como erro conceitual.

Possíveis Adaptações

Caso não seja possível imprimir o material ou acessá-lo online com os estudantes, você pode adaptar a atividade da seguinte maneira:

1. **Leve recortes de triângulos retângulos semelhantes** – feitos com papel cartão, EVA ou mesmo folhas de caderno – com diferentes tamanhos, mas com o mesmo ângulo agudo marcado (ex.: todos com 30°).
2. **Distribua os recortes entre as duplas** e peça que meçam os lados (cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa) com régua, registrando as medidas em uma tabela desenhada no quadro ou no caderno.
3. **Oriento o cálculo das razões** diretamente nos cadernos, seguindo o mesmo roteiro:

Altura/Base
Altura/Hipotenusa
Base/Hipotenusa

Essa adaptação mantém o caráter investigativo e prático da atividade, permitindo que os estudantes visualizem e comprovem a constância das razões mesmo sem o material impresso original.

5. EXPLORANDO AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

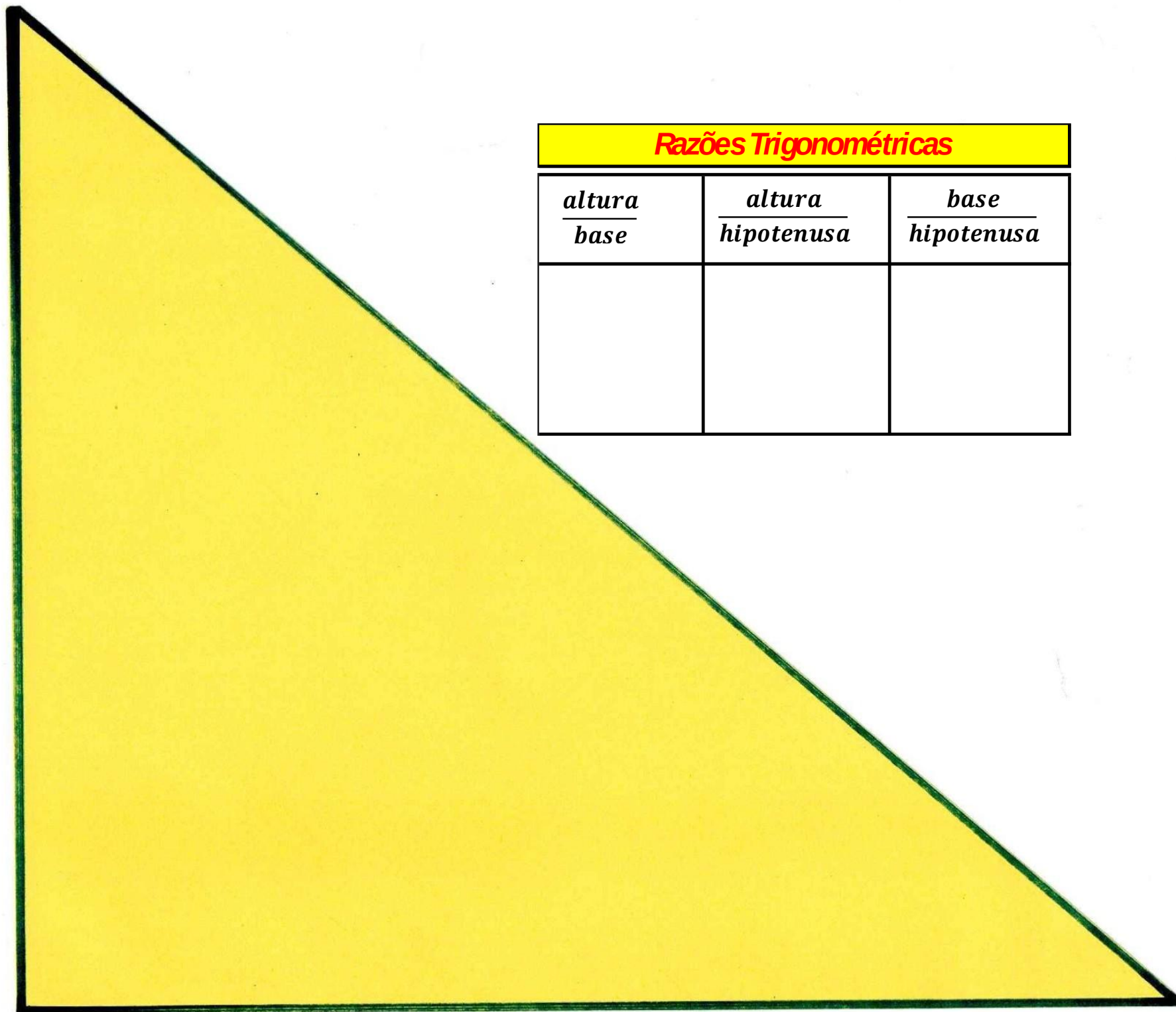
Explorando as Razões Trigonométricas: Uma Jornada Inspirada em Eratóstenes

Anteriormente, vimos que há mais de 2.200 anos, o matemático grego Eratóstenes realizou um dos experimentos mais brilhantes da história para medir a circunferência da Terra. Utilizando apenas um pedaço de madeira, alguns passos e os raios solares, ele não só comprovou que a Terra era redonda, mas também aplicou conceitos fundamentais que se conectam diretamente com a Trigonometria.

Eratóstenes fez uso da geometria e das propriedades dos triângulos para alcançar essa façanha. Assim como ele, vamos nos aventurar no fascinante mundo das razões trigonométricas, analisando quatro triângulos retângulos semelhantes. Através desta análise, poderemos entender melhor como as proporções dos lados dos triângulos nos ajudam a explorar e compreender as relações trigonométricas, um conceito essencial que tem sido utilizado desde os tempos antigos até os dias atuais.

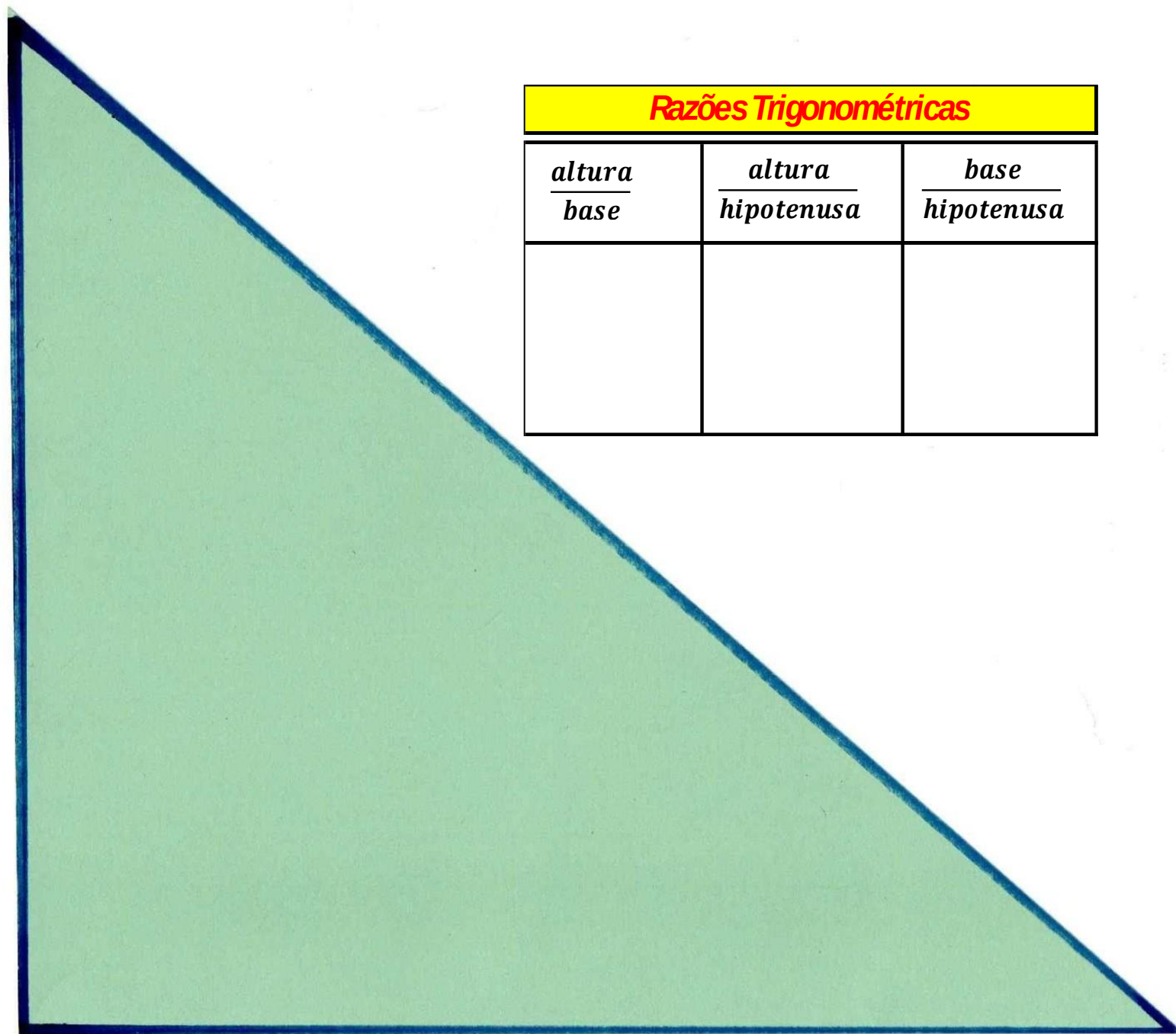
Roteiro da Atividade:

- Medida dos Ângulos:** Com o auxílio de um transferidor, meça os ângulos de cada triângulo e assegure-se de que eles sejam semelhantes.
- Medida dos Lados:** Utilize uma régua para anotar as medidas dos lados dos quatro triângulos.
- Preenchimento das Tabelas:**
Complete cada tabela com as informações solicitadas.
- Cálculo das Razões:** Para cada triângulo, calcule as seguintes razões e anote os resultados:
Altura/Base
Altura/Hipotenusa
Base/Hipotenusa
- Comparando as razões:** Analise o comportamento dos resultados encontrados.
- Registro:** Anote suas percepções para posteriormente discutir com seus colegas e com seu professor (a).



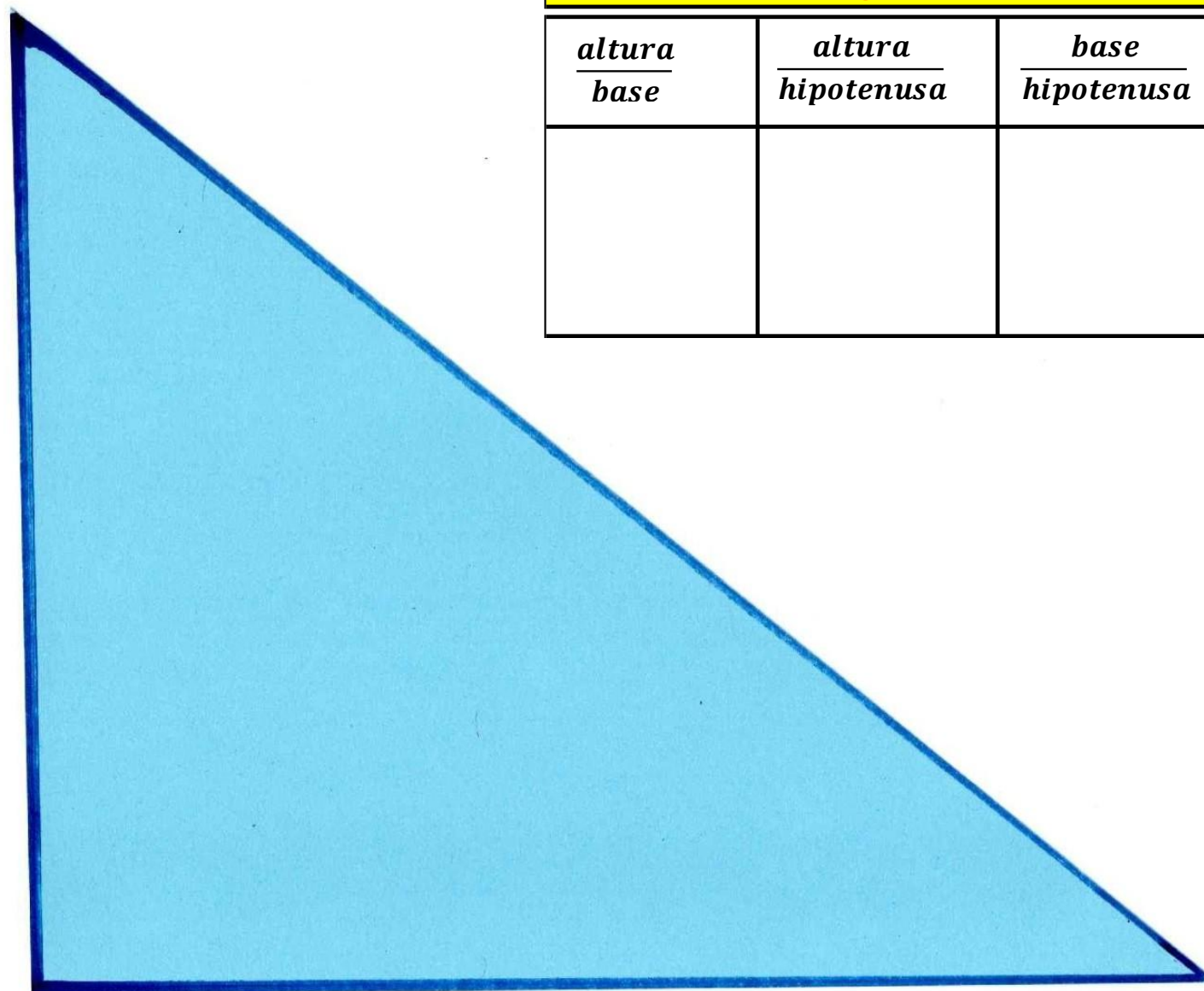
Razões Trigonométricas

$\frac{\text{altura}}{\text{base}}$	$\frac{\text{altura}}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{base}}{\text{hipotenusa}}$



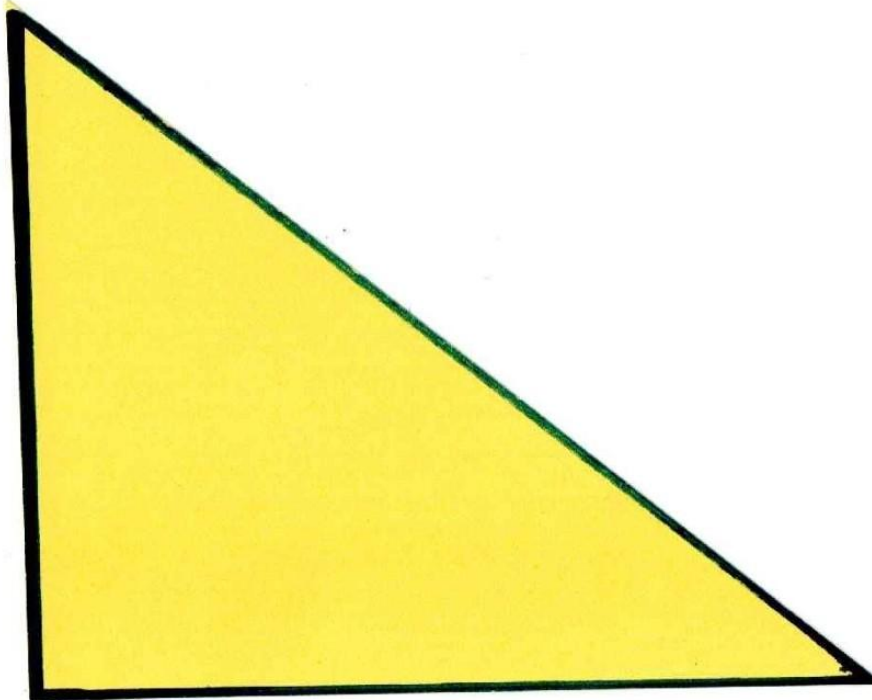
Razões Trigonométricas

$\frac{\text{altura}}{\text{base}}$	$\frac{\text{altura}}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{base}}{\text{hipotenusa}}$

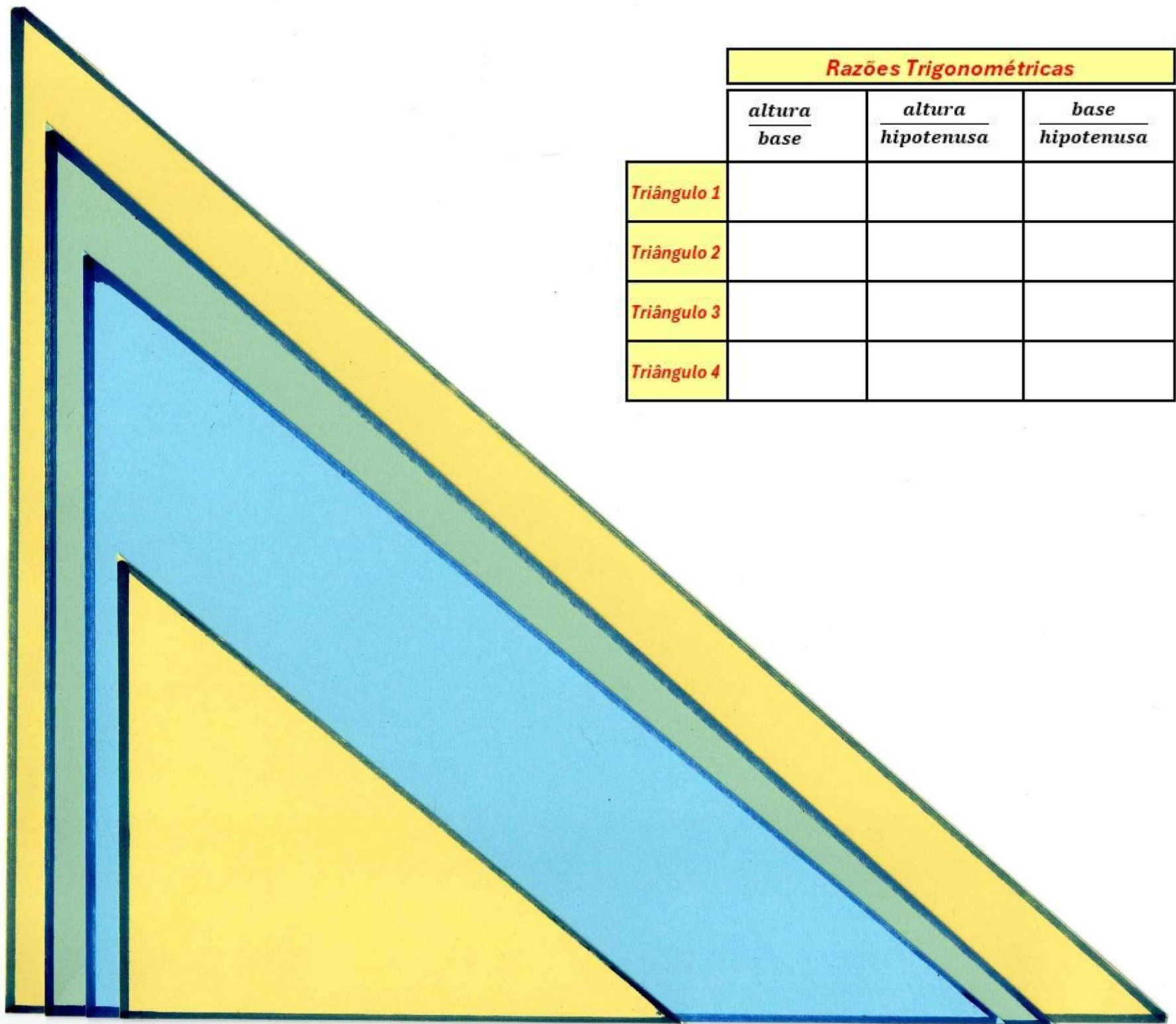


Razões Trigonométricas

$\frac{\textit{altura}}{\textit{base}}$	$\frac{\textit{altura}}{\textit{hipotenusa}}$	$\frac{\textit{base}}{\textit{hipotenusa}}$



<i>Razões Trigonométricas</i>		
$\frac{\textit{altura}}{\textit{base}}$	$\frac{\textit{altura}}{\textit{hipotenusa}}$	$\frac{\textit{base}}{\textit{hipotenusa}}$



Razões Trigonômétricas			
	$\frac{\text{altura}}{\text{base}}$	$\frac{\text{altura}}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{base}}{\text{hipotenusa}}$
Triângulo 1			
Triângulo 2			
Triângulo 3			
Triângulo 4			

Questionário Reflexivo

1. Ao comparar as razões encontradas nos diferentes triângulos, o que você observa? As proporções entre os lados são consistentes?

2. As razões calculadas permanecem constantes para todos os triângulos? O que essa constância revela sobre as propriedades dos triângulos semelhantes?

3. Como essas razões trigonométricas nos ajudam a entender a semelhança entre os triângulos? De que forma a constância das razões se relaciona com a ideia de proporções e escalas?

4. Refletindo sobre o experimento de Eratóstenes, como você acha que ele utilizou conceitos semelhantes de proporção e ângulos para medir a circunferência da Terra? Qual a importância das razões constantes em contextos geométricos mais amplos?

5. Pensando no cotidiano, onde mais você pode encontrar situações em que as razões entre medidas desempenham um papel crucial? Como o conhecimento dessas razões pode ser útil em outras áreas?

3º MOMENTO – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO COLETIVA

Tempo Sugerido: 35min.

Após o término, indague à turma:

- ✓ Os valores encontrados foram exatamente iguais?
- ✓ Mesmo sendo diferentes, eles se concentram em torno de quais números?
- ✓ O que isso nos permite concluir sobre a relação entre os lados desses triângulos?

Professor (a),

Organize uma tabela no quadro com os resultados obtidos pelas duplas, agrupando as razões calculadas.

- Antes de encerrar a aula, provoque a reflexão: Se as razões entre lados de triângulos semelhantes são constantes, como isso ajudou Eratóstenes a medir a Terra?
- Incentive que os alunos construam uma explicação própria, relacionando sombras, ângulos e proporções.

DIÁLOGO COM O ALUNO:

Observamos que as três relações nos quatro triângulos retângulos são semelhantes entre si, pois possuem os mesmos resultados.

O que isso significa?

- Quando eu comparo cateto oposto com cateto adjacente, independentemente do tamanho do triângulo, ele sempre vai me dar um valor conhecido como **tangente**;
- Quando eu comparo cateto oposto com hipotenusa, independentemente do tamanho do triângulo, ele sempre vai me dar um valor conhecido como **seno**; e
- Quando eu comparo cateto adjacente com hipotenusa, independentemente do tamanho do triângulo, ele sempre vai me dar um valor conhecido como **coseno**;

Conclusão:

Essas três comparações que fizemos, são conhecidas como Razões Trigonométricas.

No ano de 205 a.C, Eratóstenes não utilizou funções trigonométricas diretamente como conhecemos hoje em seu experimento para medir as funções da Terra. Ele se baseou principalmente em princípios geométricos. No entanto, o experimento envolve o uso de ângulos e proporções, que são conceitos relacionados à trigonometria.

ACESSE TAMBÉM ATRAVÉS DO LINK:

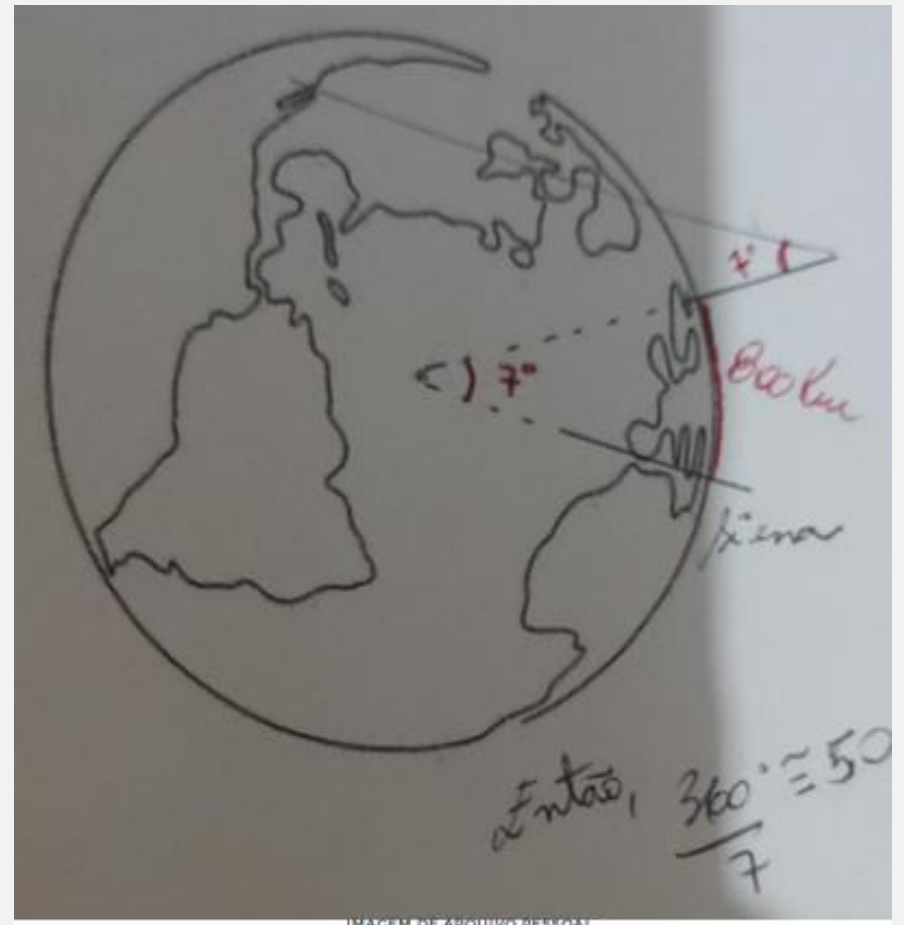
https://1drv.ms/b/c/2c027a1e7ba34e79/IQB5TqN7HnoCIIAsmjwAAAAAWPcf_tyG8QNoY8R2TqR78I?e=Lby0pL

4º MOMENTO – CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS E A MEDIÇÃO DA TERRA

Tempo Sugerido: 60min.

Professor (a),

- *Retome a história de Eratóstenes, questionando:*
 1. Como Eratóstenes usou as sombras em duas cidades para medir a circunferência da Terra?
 2. Por que a diferença no ângulo das sombras fez Eratóstenes concluir que a Terra era curva?
- ✓ Explique que Eratóstenes observou que em Siena, ao meio-dia, o sol estava diretamente acima, sem formar sombra. Em Alexandria, no mesmo momento, o sol formava uma sombra, criando um ângulo. Ele mediu esse ângulo ($7,2^\circ$) e, sabendo a distância entre as duas cidades, fez uma proporção para calcular a circunferência da Terra.
- ✓ É esperado que o estudante observe que a diferença no ângulo das sombras mostrou que os raios solares chegavam de forma diferente em cada cidade. Isso só seria possível se a superfície da Terra fosse curva, confirmando que ela não era plana.



É importante ressaltar à turma que Eratóstenes não utilizou funções trigonométricas diretamente como conhecemos hoje em seu experimento para medir as funções da Terra, mas que ele se baseou em princípios geométricos, no entanto, o experimento envolve o uso de ângulos e proporções, que são conceitos relacionados à trigonometria. Explique que ele observou a diferença no ângulo de incidência dos raios solares em duas cidades, Siena e Alexandria, no mesmo momento. Esse ângulo, que hoje seria relacionado à função trigonométrica da tangente (pois envolve a relação entre um ângulo e a diferença de distâncias), foi essencial para calcular a proporção entre a distância entre as cidades e a especificidade total da Terra.

Contexto do Experimento:

Eratóstenes sabia que em Siena (atual Assuã), ao meio-dia do solstício de verão, o sol estava diretamente acima da cidade, ou seja, os raios solares incidem verticalmente e não formam sombras em objetos verticais, como um poço. Ao mesmo tempo, em Alexandria, uma cidade ao norte de Siena, os objetos verticais formavam uma sombra, deixando que os raios solares incidiam com um certo ângulo.

O Cálculo:

1. **Observação do Ângulo:** Eratóstenes mediu o ângulo da sombra formada em Alexandria. Esse ângulo era de aproximadamente $7,2$ graus. A partir dessa medida, ele deduziu que o arco entre Siena e Alexandria correspondia a $7,2$ graus da Terra.
2. **Conceito trigonométrico:** O ângulo formado pela sombra pode estar relacionado à **função tangente** em um triângulo retângulo. Se tivermos a altura do objeto e o comprimento da sombra, poderemos usar uma tangente para calcular o ângulo. No entanto, Eratóstenes já conhecia o ângulo pela medição direta da sombra.

3. **Proporção Angular:** Como o ângulo medido era de **7,2 graus**, e sabendo que uma circunferência completa tem **360 graus**, Eratóstenes fez a seguinte proporção:

$$\triangleright \frac{7,2^\circ}{360^\circ} = \frac{\text{distância entre Siena e Alexandria}}{\text{circunferência da Terra}}$$

Ele sabia que a distância entre as duas cidades era de aproximadamente **800 km** (medida por viajantes da época). Com isso, ele reorganizou a pesquisa para encontrar a capacidade total da Terra:

$$\triangleright \text{Circunferência da Terra} \times 7,2^\circ = 360^\circ \times 800 \text{ km}$$

$$\triangleright \text{Circunferência da Terra} = \frac{360^\circ}{7,2^\circ} \times 800 \text{ km}$$

$$\triangleright \text{Circunferência da Terra} = 50 \times 800 \text{ km}$$

$$\triangleright \text{Circunferência da Terra} = 40.000 \text{ km}$$

No experimento, podemos identificar conceitos relacionados à **trigonometria**, como o uso de ângulos e proporções para calcular medidas de arcos e distâncias.

Desafie a turma

1. Se a distância entre duas cidades é de 600 km e o ângulo de elevação do Sol em uma delas é de 6°, qual seria a estimativa da circunferência da Terra?

Depois que resolverem, corrija utilizando a explicação abaixo:

✓ **Entender a Proporção:**

- O ângulo de 6° é o ângulo formado entre os raios solares e a vertical em uma das cidades.
- Como a Terra é esférica, a distância entre as duas cidades (600 km) corresponde a uma parte da circunferência total da Terra, e essa parte é proporcional ao ângulo de 6°.

✓ **Calcular a Proporção:**

- Sabemos que a circunferência completa de um círculo corresponde a 360°.
- Assim, a razão entre a distância conhecida (600 km) e a circunferência total da Terra é a mesma razão entre o ângulo de 6° e os 360° totais.

$$\frac{600 \text{ km}}{\text{Circunferência total}} = \frac{6^\circ}{360^\circ}$$

✓ **Resolver para a Circunferência:**

- Vamos agora isolar a circunferência total na fórmula:

$$\frac{600 \text{ km}}{\text{Circunferência total}} = \frac{6^\circ}{360^\circ}$$

$$600 \cdot 360^\circ = 6^\circ \cdot C$$

$$\frac{600 \cdot 360^\circ}{6^\circ} = C$$

$$\frac{216000 \text{ km}}{6} = 36.000 \text{ km}$$

Resposta: A estimativa da circunferência da Terra, baseada nesse cálculo, seria de **36.000 km**.

5º MOMENTO – CONSOLIDAÇÃO DE CONCEITO: CRUZADINHA DAS RAZÕES E SOCIALIZAÇÃO

Tempo Sugerido: 20min.

Professor (a),

A atividade a seguir servirá para testar a compreensão dos alunos acerca das Razões vistas até aqui.

Aproveite o momento para tirar as dúvidas persistentes.

Você pode:

1. Entregar a atividade impressa.
2. Pedir para que os alunos acessem o link da atividade (abaixo).
3. Projetar a atividade no quadro e pedir para que a turma responda.

➤ **ACESSE O LINK DA ATIVIDADE:**

www.educolorir.com/crosswords/relaes_trigonometricas-2f65de72fb85988240df1dc05812be1d

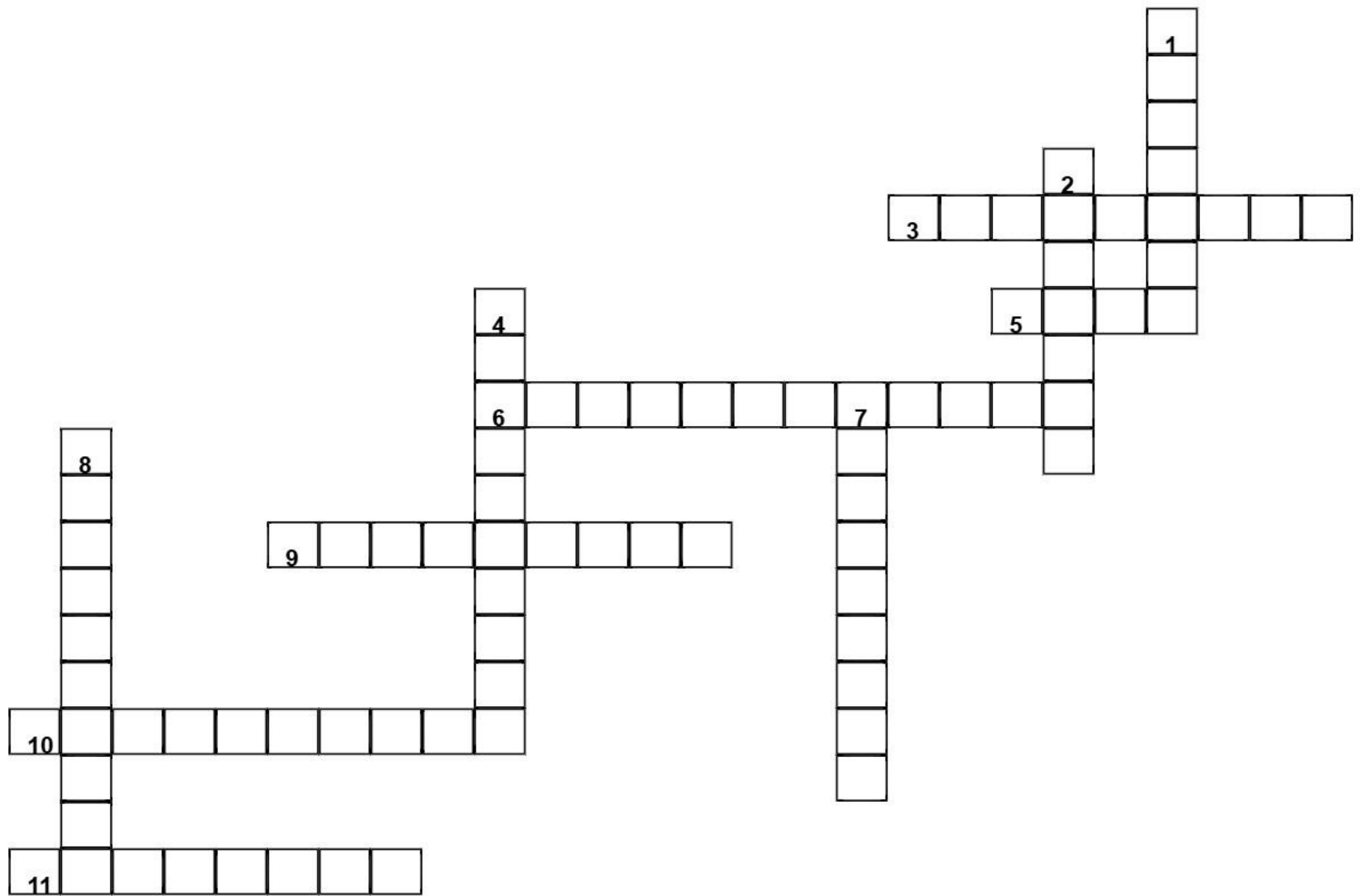
➤ **CÓDIGO 'QR':**



ANTECIPAÇÃO

- **PERGUNTA DO ALUNO:** “Se o ângulo muda, as razões também mudam. Mas como saber o valor exato de cada razão para qualquer ângulo?”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** “Elas variam conforme o ângulo. Hoje usamos calculadoras ou tabelas, mas historicamente esses valores foram construídos geometricamente, com muito rigor e observação.”
- **PERGUNTA DO ALUNO:** “E se o triângulo não for retângulo? Ainda dá para usar seno e cosseno?”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** “Para triângulos não retângulos, usamos a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos, que são extensões dessas razões.”
- **PERGUNTA DO ALUNO:** “Essas razões aparecem só em problemas de medição, ou têm aplicação em coisas do dia a dia?”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** “Elas estão em todo lugar! Quando você ajusta a inclinação de uma rampa para cadeirantes, está usando tangente. Quando um app de GPS calcula a rota mais curta, usa seno e cosseno.”
- **PERGUNTA DO ALUNO:** “Vamos precisar decorar todos os valores de seno, cosseno e tangente?”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** “Não é sobre decorar, é sobre compreender. Vamos aprender alguns valores notáveis — como 30° , 45° e 60° — porque eles surgem frequentemente e nos ajudam a construir intuição.”

6. CRUZADINHA DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS



Horizontais

3. Lado do triângulo retângulo que forma ângulo reto junto com o cateto oposto.
5. Cateto oposto dividido pela hipotenusa.
6. Lado do triângulo retângulo que forma ângulo com o cateto adjacente.
9. Nome do triângulo formado por três segmentos de retas, um dos quais é a hipotenusa.
10. O ângulo que mede 90° num triângulo retângulo.
11. Cateto oposto dividido pelo cateto adjacente.

Verticais

1. Cateto adjacente dividido pela hipotenusa.
2. Nome dos lados do triângulo retângulo que formam ângulos com a hipotenusa.
4. ângulo entre a hipotenusa e o cateto adjacente.
7. Teorema da soma dos quadrados dos catetos que é igual ao quadrado da hipotenusa.
8. Lado oposto ao ângulo reto.

Professor (a)

Até este momento, os estudantes investigaram as razões trigonométricas no triângulo retângulo, compreendendo-as como relações entre lados associadas a ângulos específicos. As atividades permitiram observar que essas razões permanecem constantes para um mesmo ângulo, independentemente do tamanho do triângulo.

Essa compreensão encerra o estudo das razões trigonométricas no contexto estritamente geométrico e cria a necessidade de um novo recurso de representação, capaz de ampliar a análise dessas relações para além de um triângulo específico.

Nesse contexto, introduz-se o círculo trigonométrico como um recurso de representação, cuja função é permitir a análise sistemática das razões trigonométricas para qualquer medida de ângulo. Ao considerar uma circunferência de raio unitário, os estudantes passam a associar cada ângulo a um ponto no plano cartesiano, possibilitando compreender os valores do seno e do cosseno como coordenadas desse ponto.

Durante as atividades propostas no bloco seguinte, os estudantes exploram:

- a localização dos ângulos no círculo trigonométrico;
- os sinais das razões trigonométricas nos diferentes quadrantes;
- a simetria e a periodicidade dos valores de seno e cosseno.

Essa abordagem permite deslocar o foco do triângulo isolado para uma representação mais geral e contínua, preparando os estudantes para compreender a variação dos valores trigonométricos à medida que o ângulo varia.

Bloco 5

O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

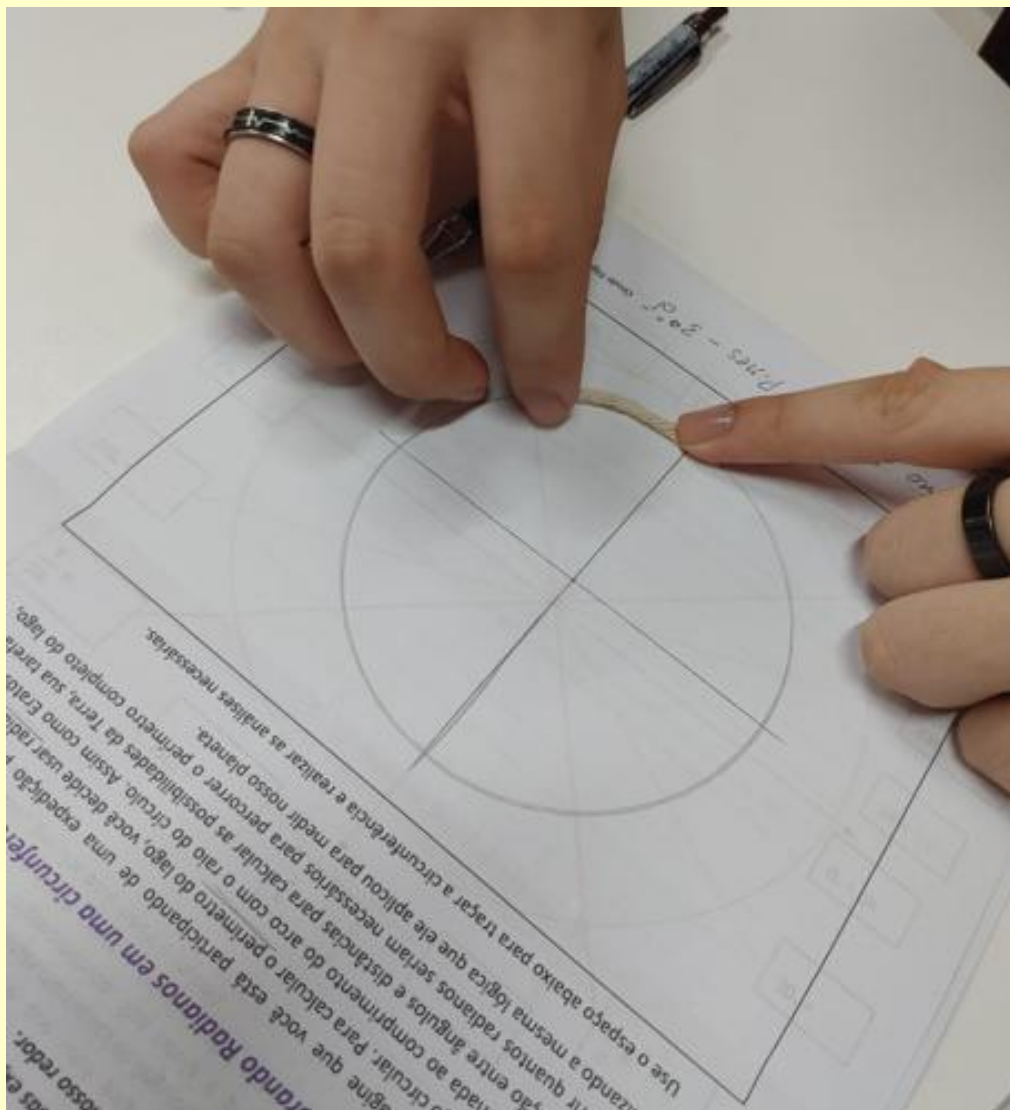


IMAGEM: Arquivo Pessoal

BLOCO 5

Conteúdos Mobilizados	○ Medidas de ângulos em graus e radianos ○ Relação entre arco e ângulo central ○ Círculo trigonométrico ○ Razões trigonométricas no círculo
Objetivo da Situação	○ Ampliar o conceito de razões trigonométricas para além do triângulo retângulo. ○ Compreender o círculo trigonométrico como modelo matemático para representar ângulos e razões. ○ Identificar valores e sinais de seno, cosseno e tangente nos diferentes quadrantes.
Problema Orientador	○ Como representar e analisar razões trigonométricas quando o ângulo deixa de estar restrito a um triângulo e passa a variar continuamente?
Tempo estimado	○ 4h
Recursos didáticos	○ Atividade do Círculo Trigonométrico ○ Barbante, régua, lousa, projetor, pincel
Organização da turma	○ Duplas → Socialização Coletiva
Tipo de avaliação	Formativa: ○ Localização de ângulos ○ Análise de sinais e periodicidade ○ Representações gráficas iniciais
Registros e evidências produzidas	○ Registros nos cadernos e no quadro ○ Atividade Investigativa preenchida ○ Cálculos de conversões de ângulos e radianos

NOTA PARA O PROFESSOR (A)

Nos blocos 5 e 6, você pode utilizar o material de apoio em PowerPoint **“Círculo Trigonométrico – Funções Trigonométricas”**, que está disponível junto a este produto educacional, através do link ou no código QR.

Ele traz ilustrações, definições, exemplos e até questões do ENEM que ajudam a visualizar e consolidar os conceitos.

- Se não for possível projetar os slides, você pode adaptar a explicação usando apenas o quadro, compasso, régua e um círculo desenhado.

O importante é que se mantenha a abordagem investigativa: não entregue o círculo pronto; construa com os alunos, passo a passo.

CÓDIGO ‘QR’:



LINK: https://1drv.ms/p/c/2c027a1e7ba34e79/IQB5TqN7HnoCIAs6DwAAAAAVKHPeSOoN_HPe6Zfo6LmEw?e=uay4AG

LINK DO VÍDEO CONTIDO NA LÂMINA 13 DO SLIDE: <https://youtu.be/wiYE6tVUpXg?si=qhI5khY5dFUmt6Cb>

DETALHAMENTO DA AULA

1º MOMENTO – INTRODUÇÃO AO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

Tempo Sugerido: 5min.

Professor (a),

Este momento é de transição conceitual importante. Os alunos já dominam as razões trigonométricas no triângulo retângulo, mas agora precisamos ampliar essa ideia para ângulos quaisquer. Evite entregar o conceito pronto. Use perguntas que provoquem curiosidade e mostrem a limitação do triângulo retângulo.

➤ **Se estiver usando os slides:**

Use os slides iniciais que definem o círculo trigonométrico, quadrantes, eixos do seno e cosseno.

Pare na representação visual do círculo e incentive os alunos a reproduzi-lo no caderno.

➤ **Se não estiver usando os slides:**

Desenhe no quadro os eixos x e y e uma circunferência de raio 1.

Explique os quadrantes e a ideia de que $\text{seno} = y$, $\text{cosseno} = x$.

Pergunta disparadora:

“Onde usamos ângulos no dia a dia? ”

“Por que será que a Matemática não usa apenas graus para medir ângulos? ”

➤ *Deixe os alunos discutirem por 2 minutos.*

2º MOMENTO – EXPLORAÇÃO DIALOGADA DO CÍRCULO

Tempo Sugerido: 15min.

Construção coletiva

- No quadro, ou por projeção, o professor(a) deverá desenhar:
- Uma circunferência de raio 1
- Marcar os eixos e os quadrantes
- Identificar os ângulos: 90° , 180° , 270° e 360° .

Conecte com o que já sabem

- Se um ponto tem $x < 0$ e $y > 0$, em qual quadrante ele está?
- Aproveite a discussão para organizar a leitura espacial do círculo.

Professor (a),

Para esta aula, você pode se ancorar nos slides compartilhado anteriormente: **INTRODUÇÃO AO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO: GRAUS E RADIANOS (LÂMINA 1 A 15)**

3º MOMENTO – GRAUS E RADIANOS: PROPORCIONALIDADE

Tempo Sugerido: 30min.

Explorando Graus e Radianos

Analogia Simples

Graus são como medir distância em 'passos' - prático mas arbitrário. Radianos são como medir em 'metros' - baseado no próprio objeto.

➤ No quadro, desenhar ou projetar:

1. Um círculo
2. Marque um raio (r)
3. Desenhe um arco cujo comprimento é igual ao raio.

➤ Explicar:

1. Quando o arco tem o mesmo comprimento que o raio, o ângulo correspondente é 1 radiano

➤ Relacionar: Quantos radianos cabem em meia volta do círculo? (guie- os na descoberta)

1. Comprimento da meia circunferência = $\pi \cdot r$
2. Como 1 radiano corresponde a um arco de comprimento r, logo: $\frac{\pi \cdot r}{r} = \pi$ radianos.
3. Conclusão natural: "Meia volta (180°) = π radianos"

Questione a turma

Se meia volta é π rad, a volta completa é ...

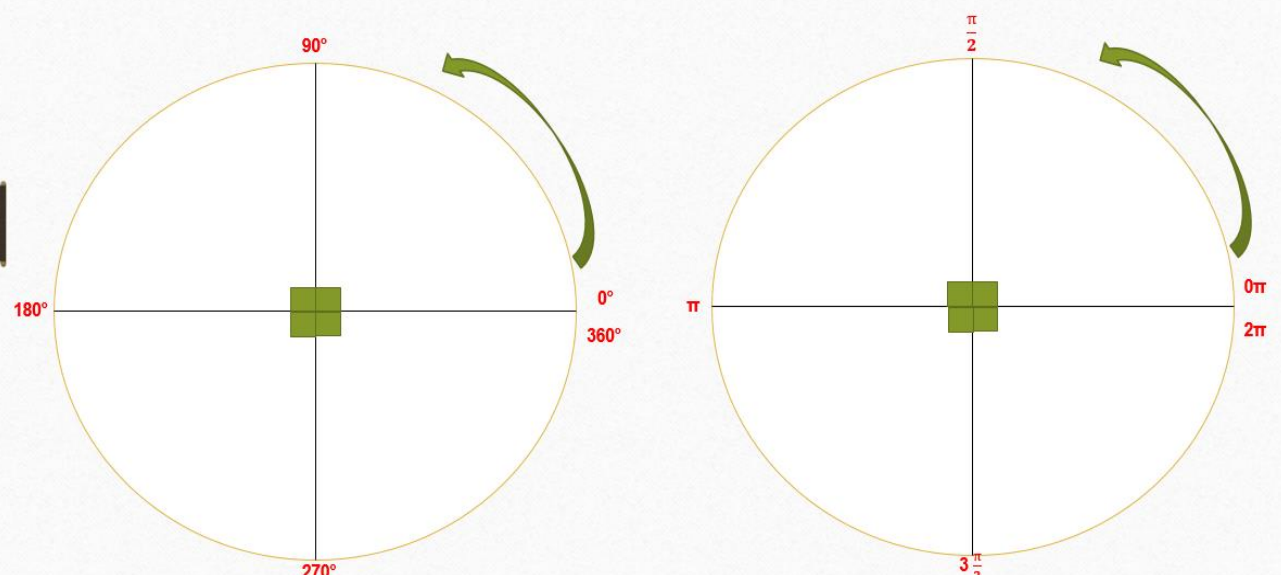
4º MOMENTO – FECHAMENTO DA SITUAÇÃO

Tempo Sugerido: 10min.

Com apenas o ponto inicial marcado no círculo (0° / 0 rad), peça para que os alunos indiquem a posição de ângulos em graus e radianos, preparando o terreno para a exploração prática.

Ângulos e Radianos no Círculo Trigonométrico

Tanto os ângulos como os radianos são medidos a partir do eixo horizontal positivo, no sentido anti-horário.



5° MOMENTO – ATIVIDADE INVESTIGATIVA: EXPLORANDO GRAUS E RADIANS

Tempo Sugerido: 60min.

Professor (a),

Inicie a aula revisando os conceitos abordados na aula anterior, enfatizando:

- ✓ A relação entre graus e radianos.
- ✓ A importância da conversão para medições e para o estudo de funções trigonométricas.
- ✓ Pergunte aos alunos sobre dúvidas ou dificuldades da aula anterior, estimulando a participação.
- ✓ Use o quadro ou slides para reforçar a conversão básica:

180° = π rad

Oriente os alunos a trabalharem em colaboração, discutindo estratégias de cálculo.

Circule pela sala, observando dificuldades e questionando os alunos sobre suas escolhas e raciocínios.

Organize a turma

- Em duplas ou individualmente.

Entregue as ferramentas necessárias

- Régua
- Compasso
- Barbante
- Atividade (impressa ou projetada no quadro).

Caso não seja possível imprimir o material ou acessá-lo online com os estudantes, você pode adaptar a atividade da seguinte maneira:

1. Projetar no quadro;
2. Copiar no quadro e pedir para que os alunos resolvam no caderno.

Durante a Atividade

Oriente:

- ✓ Calcular o comprimento de arcos correspondentes a diferentes ângulos;
- ✓ Comparar proporções entre graus e radianos;
- ✓ Registrar os cálculos e estratégias em suas folhas.

Questione:

1. O que acontece com a medida do arco se o ângulo dobra?
2. Como podemos usar essa relação em problemas reais, como medir distâncias em círculos ou na astronomia?
3. Incentive a troca de estratégias entre as duplas.

7. EXPLORANDO O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

Você deve lembrar que nossas investigações no campo da trigonometria tiveram início a partir da análise do experimento de Eratóstenes de Cirene. Matemático, gramático, poeta, geógrafo, bibliotecário e astrônomo da Grécia Antiga, que ficou conhecido não somente por calcular a circunferência da Terra, mas também por ter provado que ela não era plana, como se acreditava na época.

Vimos que ele conseguiu realizar essas medições ao relacionar a distância entre as cidades de Siena e Alexandria e o ângulo formado pela sombra de estacas.

Essa descoberta abriu portas para o desenvolvimento da trigonometria, uma ferramenta poderosa que utilizamos hoje para explorar e entender diferentes especificidades relacionadas a ângulos e medidas.

É com esse espírito de investigação que continuaremos nossas explorações, sempre buscando as relações que os ângulos e as distâncias nos revelam sobre o mundo ao nosso redor.

➔ Atividade 1: Explorando Radianos em uma circunferência

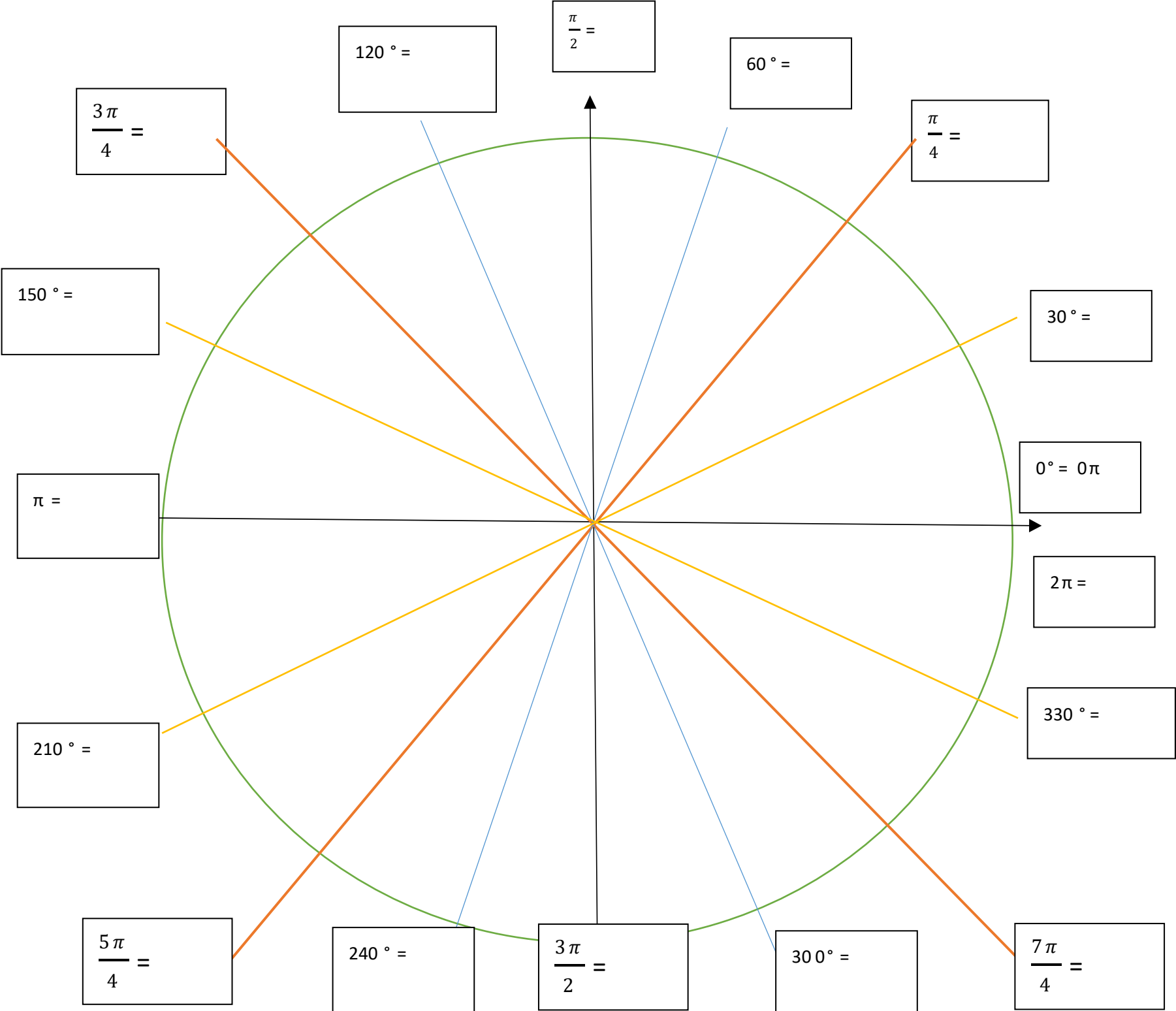
Situação-Problema: Imagine que você está participando de uma expedição para medir o tamanho de um lago circular. Para calcular o perímetro do lago, você decide usar radianos, uma unidade relacionada ao comprimento do arco com o raio do círculo. Assim como Eratóstenes usou a relação entre ângulos e distâncias para calcular as possibilidades da Terra, sua tarefa é descobrir quantos radianos seriam necessários para percorrer o perímetro completo do lago, utilizando a mesma lógica que ele aplicou para medir nosso planeta.

Use o espaço abaixo para traçar a circunferência e realizar as análises necessárias.

Quando Eratóstenes calculou as condições da Terra, ele usou uma medida angular para determinar a proporção entre a distância das cidades e o tamanho do planeta. Essa relação entre ângulos e distâncias é a base para o círculo trigonométrico, que ajuda a entender as medidas angulares de maneira mais precisa, tanto em graus quanto em radianos.

➔ Atividade 2: Preenchendo os Graus e os Radianos no Círculo Trigonométrico

Situação-Problema: Imagine que você está resolvendo um enigma semelhante ao de Eratóstenes, no qual algumas marcações de ângulos, tanto em graus quanto em radianos, estão faltando no círculo trigonométrico. Sua tarefa é preencher essas lacunas corretamente, utilizando o conhecimento sobre a relação entre graus e radianos, da mesma forma que Eratóstenes usou ângulos para medir o mundo.



Questionário Reflexivo

1. Durante a atividade sobre a medição dos radianos em um círculo, você conseguiu visualizar a forma clara de como os radianos estão relacionados ao comprimento do arco? Explique sua compreensão sobre esse conceito.

2. Ao completar o círculo trigonométrico, como você conseguiu relacionar os dados angulares em graus com suas respectivas representações em radianos?

3. Quais foram as principais dificuldades ao realizar a conversão entre graus e radianos? O que você ajudou a superar essas dificuldades?

4. Ao preencher as lacunas dos ângulos no círculo trigonométrico, houve algum padrão que facilitou seu trabalho? Se sim, qual foi?

5. Que estratégia você utilizou para calcular quantos radianos cabem em um círculo completo? Você fez uso de alguma fórmula ou raciocínio lógico? Descreva o processo.

6. Durante a atividade de preenchimento dos ângulos em graus e radianos, você trabalhou de forma independente ou trocou ideias com colegas? Como essa troca influenciou no seu entendimento?

7. Como a exploração dos radianos e graus no círculo trigonométrico pode te ajudar em outros contextos matemáticos, como no estudo de funções trigonométricas ou em problemas envolvidos no movimento circular?

8. Após realizar a atividade, você acha que os radianos são mais fáceis de usar do que os graus em certos tipos de problemas? Por quê?

9. Você se sente mais confiante agora para resolver problemas que envolvem ângulos medidos em radianos? Que aspectos do conteúdo ainda precisam ser mais trabalhados?

10. Qual foi a parte mais interessante da atividade para você? Houve algum momento em que você teve um "insight" ou uma nova compreensão?

11. O que você acredita que poderia ser feito para melhorar a atividade e facilitar ainda mais a compreensão dos conceitos de radianos e graus?

6º MOMENTO – CORREÇÃO ORIENTADA E SOCIALIZAÇÃO

Tempo Sugerido: 25min.

1.Promova uma discussão sobre os resultados encontrados, observando se os alunos perceberam a constância das razões entre graus e radianos. :

- ✓ Aplicação do questionário reflexivo: alunos respondem sobre suas estratégias, dificuldades e descobertas.
- ✓ Síntese do professor: destacar que graus e radianos são medidas proporcionais e essenciais para o estudo das funções trigonométricas

2.Identifique as dificuldades recorrentes e reforce os conceitos centrais:

- ✓ As duplas devem apresentar seus resultados, bem com as estratégias utilizadas durante a investigação.

7º MOMENTO – CONSOLIDAÇÃO DAS RAZÕES NO CÍRCULO

Tempo Sugerido: 35min.

Professor (a),

- Evite recorrer à tabela trigonométrica neste momento. O foco é a interpretação geométrica das razões no círculo.

NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:

Com auxílio de slides ou na lousa, retome os conceitos de seno, cosseno e tangente, mostrando-os no círculo trigonométrico:

- ✓ Explique que o seno corresponde à coordenada y
- ✓ Explique que o cosseno corresponde à coordenada x
- ✓ A tangente é a razão $\frac{y}{x}$.
- ✓ Mostre os sinais das funções em cada quadrante.
- ✓ Utilize slides ou esquema desenhado na lousa, para exemplificar visualmente como os valores de seno e cosseno variam conforme avançamos pelos quadrantes.
- ✓ Proponha um desafio prático rápido: calcular seno, cosseno ou tangente de ângulos simples no círculo.
- ✓ Estimule os alunos a anotar os valores e relacionar com a posição dos quadrantes, preparando-os para a próxima aula sobre tabela trigonométrica e ângulos notáveis.

Professor (a),

*Para esta aula, você pode se ancorar nos slides compartilhado anteriormente: **RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CÍRCULO (LÂMINA 16 A 24)***

8º MOMENTO – INTRODUÇÃO À TABELA TRIGONOMÉTRICA E ÂNGULOS NOTÁVEIS

Tempo Sugerido: 45min.

Professor (a),

Inicie com uma breve contextualização de Hiparco de Niceia e o surgimento das primeiras tabelas trigonométricas, enfatizando seus trabalhos na astronomia, e sua significativa contribuição para o desenvolvimento da trigonometria que usamos hoje.

Questione

1. Por que alguém se daria ao trabalho de organizar uma tabela de valores de ângulos, em vez de calcular cada vez do zero?

Explique à turma que os ângulos notáveis, bem como seus respectivos valores fixados em seno, cosseno e tangente, são amplamente utilizados em problemas matemáticos.

Exploração Guiada

- Utilize o círculo trigonométrico em lousa/cartaz (ou projeção), para mostrar como surgem os valores de seno e cosseno para ângulos de 30° , 45° e 60° .

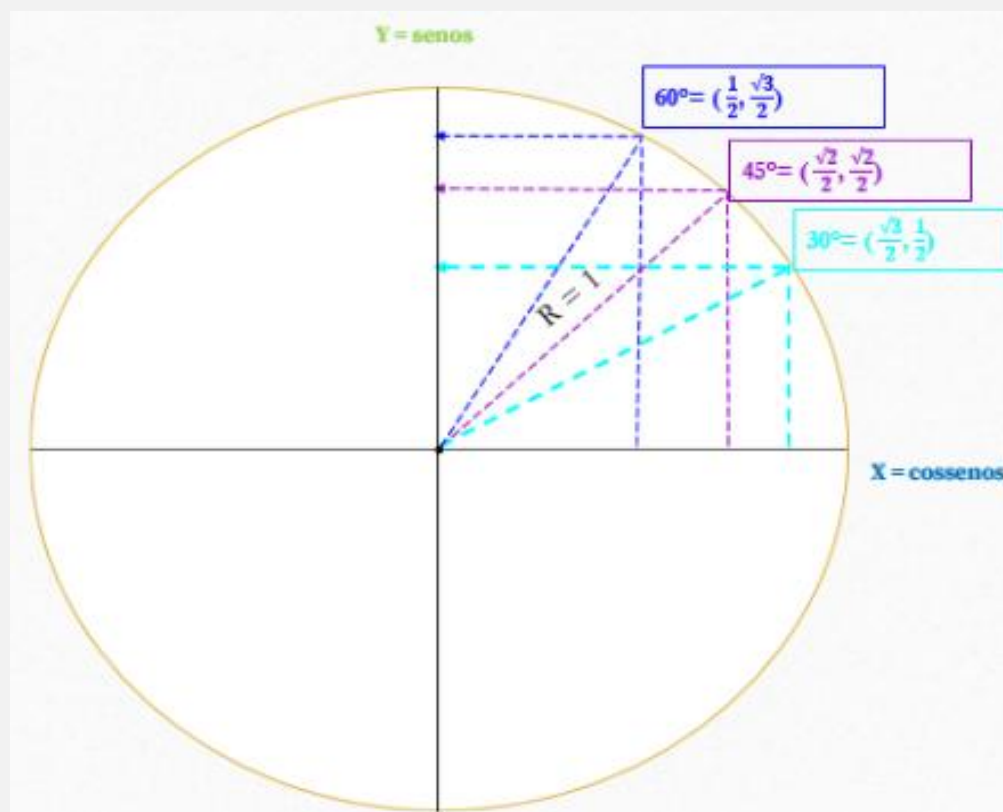


Imagem: Arquivo Pessoal da Autora

Professor (a),

Para esta aula, você pode se ancorar nos slides compartilhado anteriormente: **TABELA TRIGONOMÉTRICA/ ÂNGULOS NOTÁVEIS (LÂMINA 25 A 32)**

5º MOMENTO – ATIVIDADE GUIADA: LEITURA DA TABELA TRIGONOMÉTRICA

Tempo Sugerido: 15min.

Vamos precisar de uma tabela trigonométrica impressa

Os alunos devem localizar valores e identificarem padrões entre ângulos complementares, discutindo, por exemplo:

$$\text{sen}(\theta) = \cos(90^\circ - \theta)$$

ANTECIPAÇÃO

- **PERGUNTA DO ALUNO:** “Se seno, cosseno e tangente já foram definidos no triângulo retângulo, o que exatamente muda quando passamos para o círculo trigonométrico? ”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** No triângulo, as razões dependem de um ângulo fixo e de um triângulo específico. No círculo, o ângulo passa a ser uma variável que pode assumir qualquer valor, permitindo estudar como essas razões se comportam quando o ângulo varia continuamente. ”
- **PERGUNTA DO ALUNO:** No triângulo, o seno sempre foi positivo. Por que no círculo ele pode assumir valores negativos? ”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** “No círculo trigonométrico, o seno deixa de representar apenas uma razão entre comprimentos e passa a representar a coordenada vertical de um ponto no plano. O sinal indica a posição desse ponto em relação ao eixo horizontal. ”
- **PERGUNTA DO ALUNO:** “Se o círculo tem raio 1, isso não limita os valores do seno e do cosseno? ”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** “Justamente por o raio ser 1, os valores de seno e cosseno ficam naturalmente limitados entre -1 e 1 . Essa escolha não limita o modelo; ela o torna mais simples e geral. ”
- **PERGUNTA DO ALUNO:** “Por que, ao converter graus para radianos, aparece sempre o número π ? ”
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** ““Porque o radiano relaciona o ângulo ao comprimento do arco da circunferência, e o comprimento total da circunferência depende de π . O π surge como consequência geométrica dessa relação, não como um valor arbitrário. ”

Professor (a)

Ao final deste bloco, os estudantes percebem que os valores do seno e do cosseno variam de forma regular conforme o ângulo se desloca ao longo da circunferência. Essa observação evidencia que tais relações não se limitam a cálculos pontuais, mas podem ser analisadas como associações sistemáticas entre ângulos e valores numéricos.

A partir da exploração do círculo trigonométrico, os estudantes estão preparados para compreender seno, cosseno e tangente não apenas como razões geométricas, mas como funções matemáticas. Neste bloco, o foco desloca-se definitivamente da relação entre lados para a relação entre ângulos e valores reais.

Inicialmente, retoma-se com a turma que, para cada medida de ângulo, existe um único valor correspondente de seno, cosseno e tangente. Essa associação caracteriza uma função, permitindo formalizar os conceitos de função seno, função cosseno e função tangente.

Em seguida, explora-se a representação gráfica dessas funções, com o apoio do círculo trigonométrico e de recursos tecnológicos. Os estudantes analisam características como:

- Periodicidade
- Máximo e mínimo
- Comportamento repetitivo dos gráficos
- Relação entre movimento no círculo e forma no gráfico

Na sequência, são propostas situações-problema que envolvem fenômenos periódicos, como movimentos oscilatórios, ondas sonoras e ciclos naturais, possibilitando aos estudantes compreender como as funções trigonométricas são utilizadas para modelar e interpretar fenômenos do mundo real.

Bloco 6

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

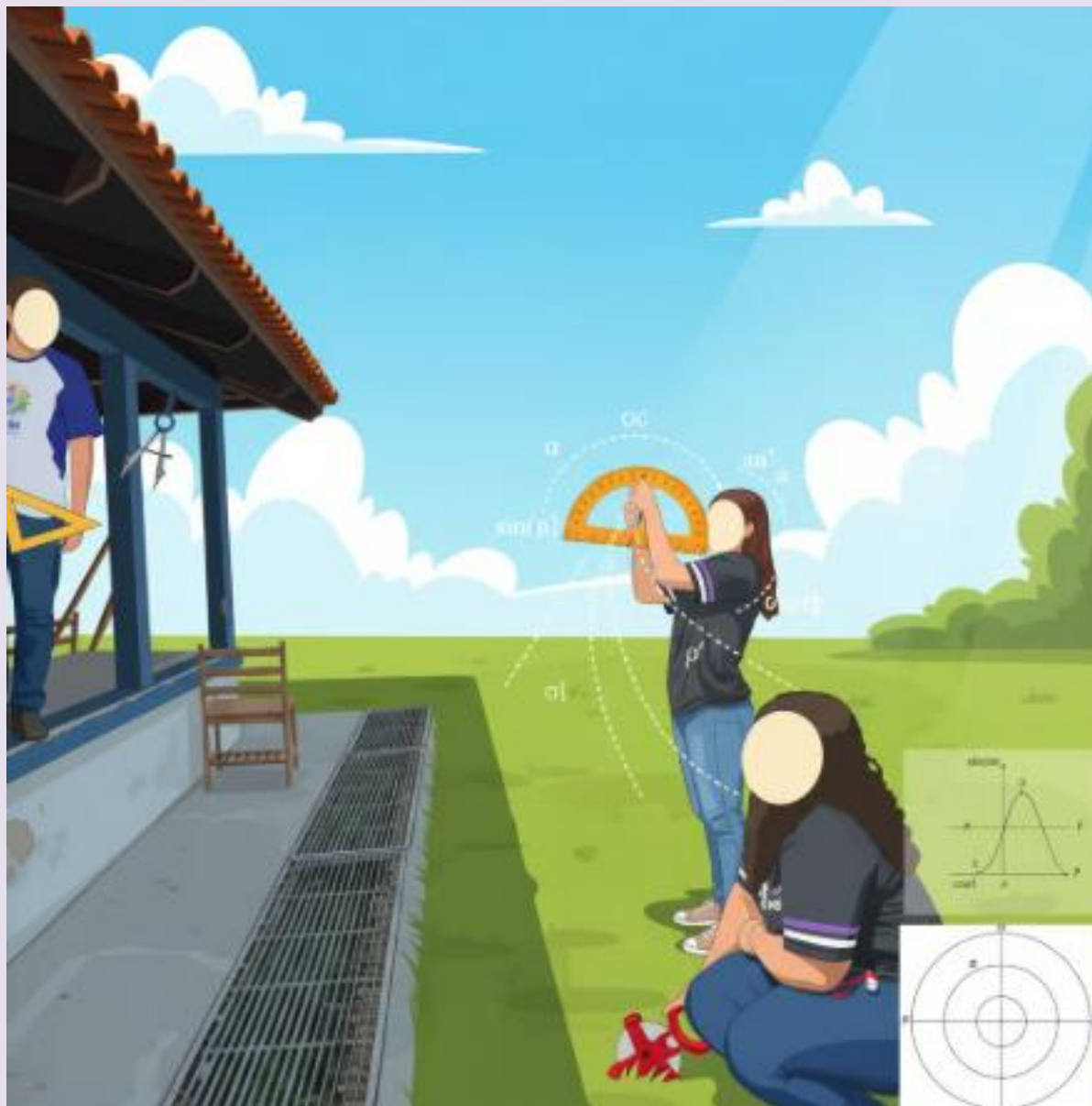


IMAGEM: Arquivo pessoal com edição de IA (<https://leonardo.ai/>)

BLOCO 6

Conteúdos Mobilizados	○ Função seno ○ Função cosseno ○ Função tangente ○ Representação gráfica ○ Fenômenos periódicos
Objetivo da Situação	○ Compreender as funções trigonométricas como relações entre ângulos e valores reais; ○ Aplicar a Trigonometria na resolução de problemas envolvendo triângulos quaisquer; ○ Analisar fenômenos periódicos por meio da interpretação de gráficos das funções trigonométricas; ○ Resolver problemas contextualizados utilizando funções trigonométricas.
Problema Orientador	○ Como utilizar as funções trigonométricas para modelar, representar e resolver problemas que envolvem medições, variações e fenômenos reais, para além do triângulo retângulo?
Tempo estimado	○ 5h
Recursos didáticos	○ Roteiros práticos (G1, G2, G3) ○ Trena, régua, transferidor, calculadora ○ Quadro, projetor, pincel ○ Slides sobre Funções Trigonométricas (opcional)
Organização da turma	○ Individual → Grupos
Tipo de avaliação	Formativa: ○ Interpretação de gráficos ○ Resolução de situações-problema
Registros e evidências produzidas	○ Registros nos cadernos e no quadro ○ Esquemas e gráficos construídos no roteiro da atividade prática

DETALHAMENTO DA AULA

1º MOMENTO – LEI DOS SENOS E COSSENOS- ACOLHIDA E RETOMADA CONCEITUAL

Tempo Sugerido: 10min.

Professor (a),

Inicie retomando as definições das razões trigonométricas.

Esclareça que, enquanto as razões lidam com a relação entre lados de um triângulo, as funções trigonométricas relacionam a medida de um arco com o valor dessas razões.

Pergunta disparadora:

E se o triângulo não for retângulo, como calcular lados e ângulos?

- *Evite apresentar diretamente as fórmulas. O objetivo é evidenciar a limitação do modelo anterior e criar a necessidade das novas leis.*

2º MOMENTO – LEI DOS SENOS E COSSENOS: CONSTRUINDO CONCEITOS

Tempo Sugerido: 40min.

Apresente a seguinte situação:

Imagine que você está em um campo e precisa calcular a distância entre dois pontos que não podem ser ligados diretamente, formando um triângulo que não é retângulo. Como resolver isso?

Apartir desse impasse, aborde:

- Lei dos Senos – aplicada quando se conhece dois ângulos e um lado (ou dois lados e um ângulo oposto);
- Lei dos Cossenos – aplicada quando se conhecem dois lados e o ângulo entre eles.

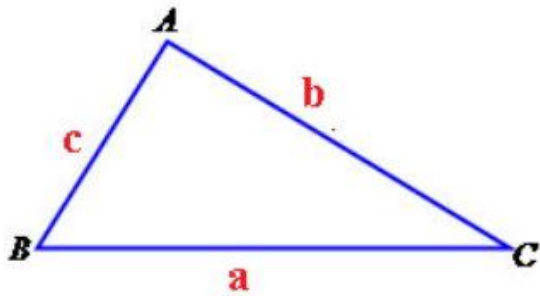
Professor (a),

Durante a socialização das ideias, é importante que os estudantes percebam que, nesses casos, as razões trigonométricas do triângulo retângulo não são suficientes.

Professor (a),

Para este bloco, você pode se ancorar nos slides compartilhado anteriormente: **FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS/ GRÁFICO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS/ PROBLEMAS (LÂMINA 33 A 54)**

I. LEI DOS SENOS (20 min): utilizada para relacionar os lados e ângulos em qualquer triângulo, especialmente quando temos dois ângulos e um lado ou dois lados e um ângulo oposto.



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Imagem: <https://www.todamateria.com.br/lei-dos-senos/>

EXEMPLO: Um triângulo tem ângulos de 40° e 60° , e lado oposto a 40° mede 8 cm. Qual o lado oposto a 60° ?

1. Identificar os ângulos do triângulo:

- Ângulo A = 40°
- Ângulo B = 60°
- Ângulo C = $180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$

2. Dados do problema:

- O lado oposto a 40° (vamos chamar de a) = 8 cm
- Queremos o lado oposto a 60° (vamos chamar de b)

3. Usar a Lei dos Senos:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

Substituímos:

$$\frac{8}{\sin 40^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ}$$

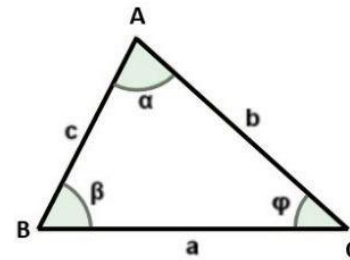
$$b = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$b \approx \frac{8 \cdot 0,8660}{0,6428}$$

$$b \approx 10,78$$

Concluir: essa lei é útil quando conhecemos **dois ângulos e um lado** ou **dois lados e um ângulo oposto**.

I. LEI DOS COSSENOS (20 min): É a generalização do Teorema de Pitágoras e permite calcular um lado ou ângulo quando conhecemos dois lados e o ângulo entre eles.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \varphi$$

Imagem: <https://www.todamateria.com.br/lei-dos-senos/>

- Na imagem, temos um triângulo qualquer ABCABCABC:
 - ✓ O lado a está oposto ao ângulo α .
 - ✓ O lado b está oposto ao ângulo β .
 - ✓ O lado c está oposto ao ângulo φ .
- No quadro laranja, aparecem as três formas da lei dos cossenos, uma para cada lado:
 - ✓ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$
 - ✓ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$
 - ✓ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\varphi)$

Explique que a lei dos cossenos é uma **extensão do Teorema de Pitágoras**.

Se o ângulo for reto (90°), o termo com o cosseno desaparece ($\cos 90^\circ = 0$), e a fórmula vira simplesmente:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

EXEMPLO: Num triângulo ABC, temos: b = 8 cm; c = 6 cm; ângulo $\alpha = 60^\circ$. Calcule o lado a.

1. Aplicar a lei dos cossenos:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha) \\ a^2 &= 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos(60^\circ) \\ a^2 &= 64 + 36 - 96 \cdot 0,5 \\ a^2 &= 100 - 48 \\ a^2 &= 52 \\ a &\approx 7,21 \text{ cm} \end{aligned}$$

- Concluir: essa lei é útil quando conhecemos os outros dois lados e o ângulo entre eles, e para calcular um ângulo, quando conhecemos os três lados.

NO FECHAMENTO (10min) - Utilizar esquemas no quadro para ilustrar cada caso, destacando quando e por que cada lei é adequada.

3º MOMENTO – CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Tempo Sugerido: 35min.

Professor (A),

Antes de iniciar a construção, é imprescindível relembrar os alunos dos conceitos de seno, cosseno e tangente no círculo trigonométrico.

Priorize a interpretação dos gráficos como representação da variação do ângulo, evitando tratar os gráficos apenas como “desenhos prontos”.

Construção dos Gráficos

- O professor utiliza recursos digitais (Lâminas 34 a 38 do material), ou o quadro para mostrar como:
 1. A projeção do ponto no círculo gera os valores de seno e cosseno;
 2. A variação do ângulo produz o traçado dos gráficos
- Depois de preenchida tabela e gráfico, aponte:
 1. Periodicidade;
 2. Amplitude;
 3. Domínio e imagem.

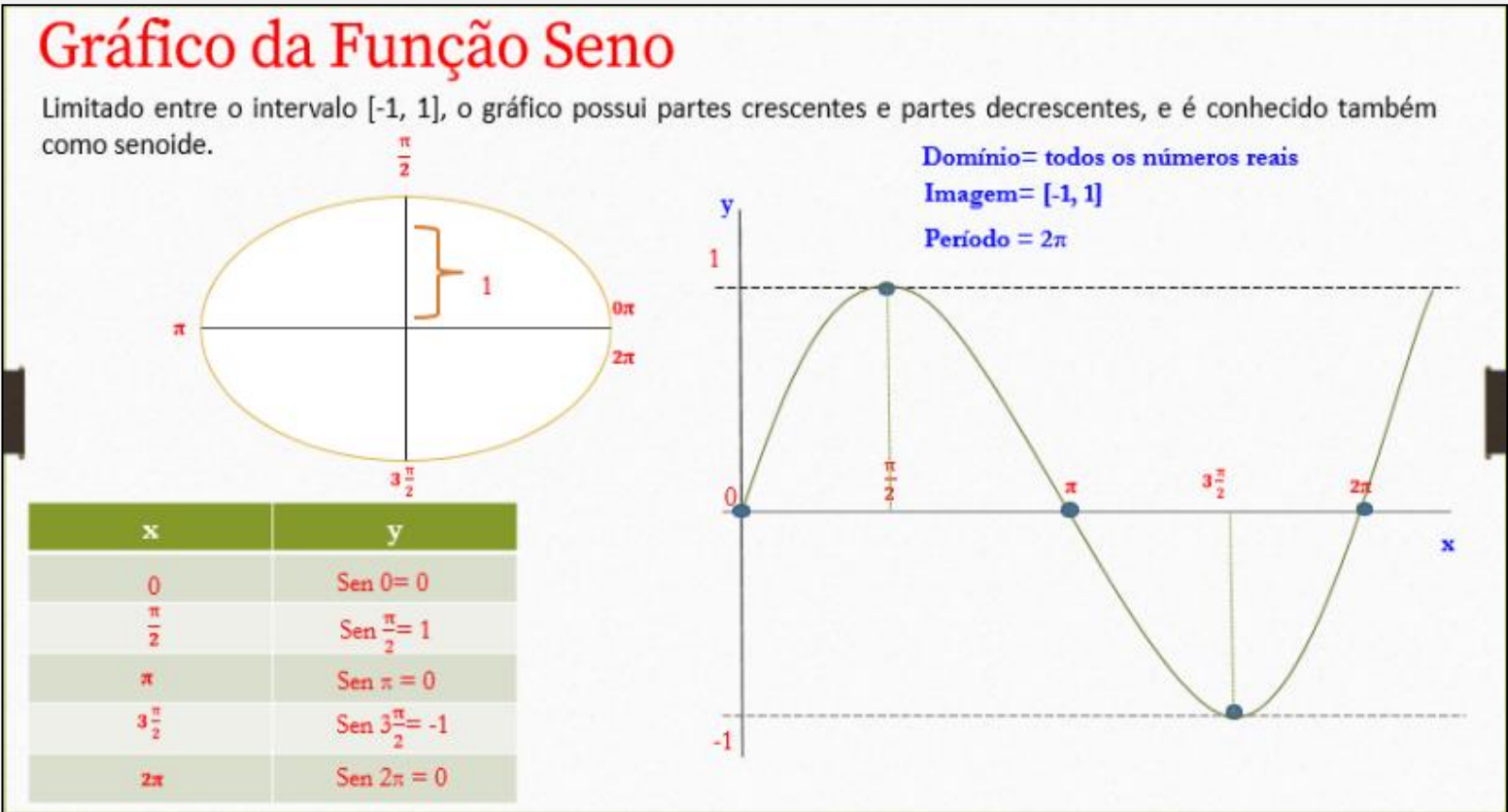


Imagem de arquivo pessoal (lâmina 34)

4º MOMENTO – RESOLUÇÃO GUIADA DE QUESTÕES: PASSO A PASSO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Tempo Sugerido: 25min.

Professor (A),

Aqui o objetivo é modelar o raciocínio matemático na resolução de questões de funções trigonométricas, explicitando um passo a passo que os estudantes poderão replicar em exercícios posteriores.

➤ Utilize o material complementar (lâmina 39 a 54), para esta abordagem.

1. IDENTIFICAR O QUE A QUESTÃO PEDE

➤ Antes de qualquer conta, oriente os estudantes a sublinhar:

- Qual é a incógnita (lado? Ângulo? Altura? Distância?);
- Quais dados foram fornecidos (medidas e ângulos).

Professor (a): “A pergunta quer um lado ou quer um ângulo? Isso muda nossa escolha da relação trigonométrica.”

2. IDENTIFICAR OS LADOS EM RELAÇÃO AO ÂNGULO DE REFERÊNCIA

➤ Mostre como “enxergar” o triângulo da questão:

- Hipotenusa: sempre o lado oposto ao ângulo de 90° .
- Cateto oposto: o lado “de frente” para o ângulo analisado.
- Cateto adjacente: o lado “encostado” no ângulo analisado (sem ser a hipotenusa).

Dica didática: peça que os alunos marquem com cores diferentes: H (hipotenusa), CO (cateto oposto) e CA (cateto adjacente).

3. ESCOLHER A RAZÃO TRIGONOMÉTRICA ADEQUADA

➤ Explique que a escolha depende dos lados envolvidos:

- Seno: relaciona cateto oposto e hipotenusa.
- Cosseno: relaciona cateto adjacente e hipotenusa.
- Tangente: relaciona cateto oposto e cateto adjacente.

➤ Em seguida, conecte explicitamente com a lógica do material:

- Se a questão traz oposto e hipotenusa → use seno
- Se a questão traz altura e sombra → use tangente

4. MONTAR A IGUALDADE E ISOLAR A INCÓGNITA

➤ Modele a escrita matemática passo a passo no quadro:

- Escreva a razão (sen, cos ou tg) = “fração dos lados”.
- Substitua pelos valores do problema.
- Isole x (multiplicação cruzada quando necessário).

Professor (a): “Percebam que o ‘pulo do gato’ não é decorar fórmula, é escolher a razão certa a partir dos dados.”

➤ **PARA ENCERRAR (5min):** Peça a turma para que realize uma síntese coletiva, reforçando que os gráficos são representações diretas das relações observadas no círculo trigonométrico.

5º MOMENTO – ATIVIDADE PRÁTICA: MEDIÇÃO COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Tempo Sugerido: 60min.

Professor (a),

Inicie o encontro pedindo para que a turma se organize em grupos (quantidade de grupos tem que ser múltiplo de 3).

- ✓ Entregue um roteiro da atividade para cada grupo (G1, G2 e G3).
- ✓ Junto com a turma, faça a leitura das instruções da atividade, esclarecendo dúvidas e orientando.
- ✓ Cada grupo deverá realizar as medições propostas e resolver os desafios apresentados no roteiro.
- ✓ Esteja atento para orientar e esclarecer as dúvidas que forem surgindo no decorrer da realização da atividade.

Mãos à obra!!!

ORIENTAÇÕES GERAIS E ADAPTAÇÕES

1. Flexibilidade de espaço e contexto

- **Se a escola não tiver área externa:** Adapte as medições para espaços internos, como corredores, escadas, salas de aula ou pátio coberto.
- **Se não houver objetos altos (prédio, árvore):** Use a altura de um poste de luz, do muro da escola, da trave do gol, do alto da quadra ou até mesmo da própria sala (altura do teto).
- **Se não houver rampas ou ladeiras:** Use uma escada ou uma tábua inclinada apoiada em livros para simular uma rampa.

2. Materiais alternativos

- **Transferidor:** Pode ser substituído por:
 - Aplicativo de celular com bússola ou medidor de inclinação (ex.: “Clinômetro” ou “Angle Meter”).
 - Confeccionar um transferidor de papel com um semicírculo graduado (imprimir ou desenhar em papel cartão).
 - Usar um esquadro de 45° ou 30°/60° como referência e estimar ângulos por proporção.
- **Trena:** Pode ser substituída por:
 - Fita métrica de costura.
 - Régua de 1 m + barbante ou cordão marcado a cada metro.
 - Passos calibrados (medir o passo de um aluno e usar como unidade aproximada).
- **Calculadora:** Caso não tenha, use tabelas trigonométricas impressas ou o celular no modo calculadora.

3. Ajustes de segurança

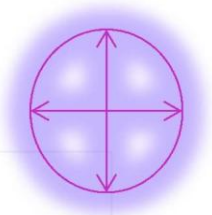
- Sempre realizar medições em áreas seguras, longe de trânsito, buracos ou objetos instáveis.
- Em caso de medição de altura, não subir em locais perigosos. Usar métodos indiretos (sombras, triângulos).
- Supervisionar o uso de materiais como tesouras, barbantes ou celulares.

4. Registro e avaliação

- Incentivar o uso de desenhos, fotos e anotações claras.
- Valorizar o processo de investigação, mesmo que os resultados numéricos tenham margem de erro.
- Promover a discussão sobre fontes de erro (vento, inclinação do terreno, imprecisão de medição) como parte da aprendizagem.

8. G1: MEDINDO A ALTURA DE UM PRÉDIO USANDO SUA SOMBRA

Funções Trigonômétricas- Prof. Andreza Rodrigues



Caro aluno,

Estamos na reta final do nosso percurso, e agora é o momento de aplicar o que você aprendeu *de forma* prática. Assim como Eratóstenes usou a matemática para calcular a circunferência da Terra, você vai utilizar as funções trigonométricas para medir distâncias e alturas ao seu redor.

Este é o momento de transformar conceitos abstratos em experiências concretas, fortalecendo seu entendimento e se preparando para encerrar essa jornada com confiança. Aproveite essa oportunidade para enxergar o mundo como Eratóstenes: através dos olhos da matemática, que nos ajuda a compreender e explorar o universo ao nosso redor.

S o h
C a h
T o a

Situação Problema: Medindo a Altura de um Prédio Usando a Sombra

Imagine que você está no pátio da escola e vê o prédio principal projetando uma sombra no chão. Não há uma fita métrica suficientemente longa para medir diretamente a altura do prédio, mas você sabe que pode usar a sombra que ele faz e o ângulo de elevação do Sol para descobrir a altura. Sua tarefa é calcular a altura desse prédio da escola aplicando os conceitos de trigonometria que você aprendeu.



ANÁLISE E RESOLUÇÃO:



Responda:

- 1. Qual foi a distância da sombra (S) que você mediu? _____.
- 2. Qual foi o ângulo de elevação (θ) que você mediu? _____.
- 3. Qual das funções trigonométricas você utilizou para resolver esse problema? Justifique sua escolha.

_____.
- 4. Qual foi a altura aproximada do prédio? _____.



- 5. Esboce o gráfico com base nas medições realizadas, variando o ângulo de visão. O que você observa em relação à altura do prédio conforme o ângulo de visão muda?

ANÁLISE E RESOLUÇÃO:



Responda:

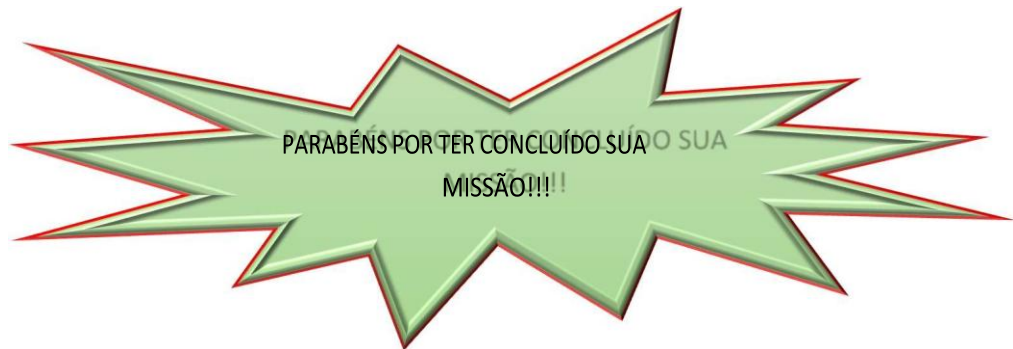
- 6. Como a variação do ângulo de visão impacta a altura calculada do prédio? Descreva a relação observada entre o ângulo e a altura.

7. Qual seria a distância aproximada necessária para que o prédio tenha a altura desejada? Justifique sua resposta com base nas medições.

8. Qual deve ser a medida do ângulo de visão necessária para obter a altura correta do prédio?

9. A altura da pessoa que está realizando a medição interfere no cálculo da altura final do prédio? Explique como e por que essa interferência ocorre.

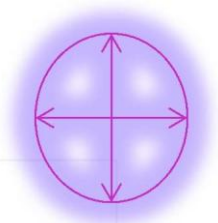
10.Quais foram as dificuldades encontradas durante as medições e os cálculos? Descreva como você solucionou esses desafios.



NOME: _____SÉRIE: _____

8. G2: MEDINDO O COMPRIMENTO DA RAMPA DE ACESSO

Funções Trigonométricas- Prof. Andreza Rodrigues



Caro aluno,

Estamos na reta final do nosso percurso, e agora é o momento de aplicar o que você aprendeu *de forma prática*. Assim como Eratóstenes usou a matemática para calcular a circunferência da Terra, você vai utilizar as funções trigonométricas para medir distâncias e alturas ao seu redor.

Este é o momento de transformar conceitos abstratos em experiências concretas, fortalecendo seu entendimento e se preparando para encerrar essa jornada com confiança. Aproveite essa oportunidade para enxergar o mundo como Eratóstenes: através dos olhos da matemática, que nos ajuda a compreender e explorar o universo ao nosso redor.

S o h
C a h
T o a

Situação Problema: Medindo o Comprimento da Rampa de Acesso

Na escola, há uma rampa de acesso com inclinação de 10° . Com auxílio de uma trena, calcule a altura, em metros, entre o início da rampa e o acesso ao pátio. Com base nessas informações, calcule o comprimento da rampa.



ANÁLISE E RESOLUÇÃO:



Responda:

- 1. Qual foi a altura (H) da rampa que você mediu? _____.
- 2. Qual foi o ângulo de elevação (θ) da rampa que você mediu? _____.
- 3. Qual das funções trigonométricas você utilizou para resolver esse problema? Justifique a escolha.

- 4. Qual foi o comprimento aproximado da rampa (L) calculado a partir das suas medições? _____



- 5. Esboce o gráfico com base nas medições realizadas, variando o ângulo de visão. O que você observa em relação à distância calculada entre vocês conforme o ângulo de visão muda?

ANÁLISE E RESOLUÇÃO:



Responda:

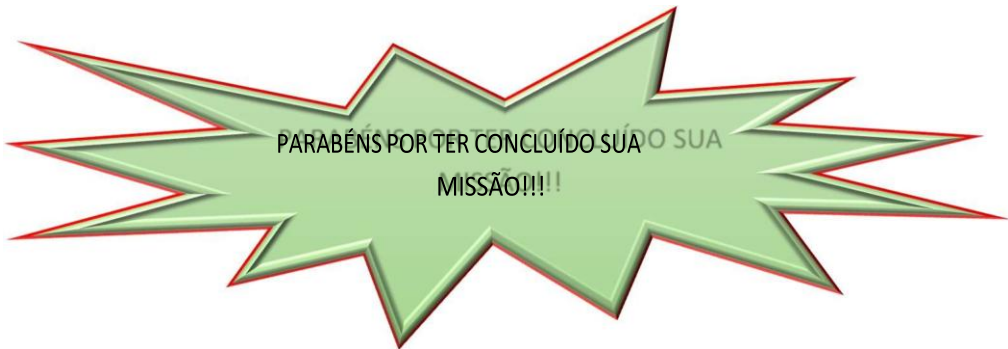
- 6. Como a variação do ângulo de inclinação impacta o comprimento da rampa? Descreva a relação entre o ângulo e o comprimento.

7. Como a altura influencia no cálculo do comprimento da rampa? Explique com base nas medições realizadas.

8. Qual seria a medida do ângulo de inclinação necessária para obter um comprimento da rampa adequado, mantendo a altura constante?

9. A altura da pessoa que está realizando a medição interfere no cálculo da distância final? Explique como e por que essa interferência ocorre.

10.Quais foram as dificuldades encontradas durante as medições e os cálculos? Descreva como você solucionou esses desafios.



NOME: _____SÉRIE: _____

8. G3: MEDINDO A ALTURA DA CAIXA D'ÁGUA

Funções Trigonométricas- Prof. Andreza Rodrigues



Caro aluno,

Estamos na reta final do nosso percurso, e agora é o momento de aplicar o que você aprendeu *de forma* prática. Assim como Eratóstenes usou a matemática para calcular a circunferência da Terra, você vai utilizar as funções trigonométricas para medir distâncias e alturas ao seu redor.

Este é o momento de transformar conceitos abstratos em experiências concretas, fortalecendo seu entendimento e se preparando para encerrar essa jornada com confiança. Aproveite essa oportunidade para enxergar o mundo como Eratóstenes: através dos olhos da matemática, que nos ajuda a compreender e explorar o universo ao nosso redor.

S o h
C a h
T o a

Situação Problema: Medindo a Altura da Caixa d'água

Durante a aula de matemática, você foi desafiado a calcular a altura da caixa d'água da escola. A mangueira que está esticada do topo da caixa até o chão, mede 15m, e forma um ângulo ____° com a vertical. Esse ângulo pode ser encontrado subtraindo 90° do ângulo com a horizontal.

Qual é a altura dessa caixa d'água?



ANÁLISE E RESOLUÇÃO:



Responda:

- 1. Qual foi o ângulo entre a mangueira e o solo (ângulo com a horizontal)? _____.
- 2. Como você encontrou o ângulo com a vertical para usar na relação trigonométrica?

.

- 3. Qual das funções trigonométricas você utilizou para resolver esse problema? Justifique a escolha.

- 4. Qual foi a altura aproximada da caixa d’água que você calculou? _____.



- 5. Esboce o gráfico com base nas medições realizadas, variando o ângulo de visão. O que você observa em relação à altura da caixa d’água conforme o ângulo de visão muda?

ANÁLISE E RESOLUÇÃO:



Responda:

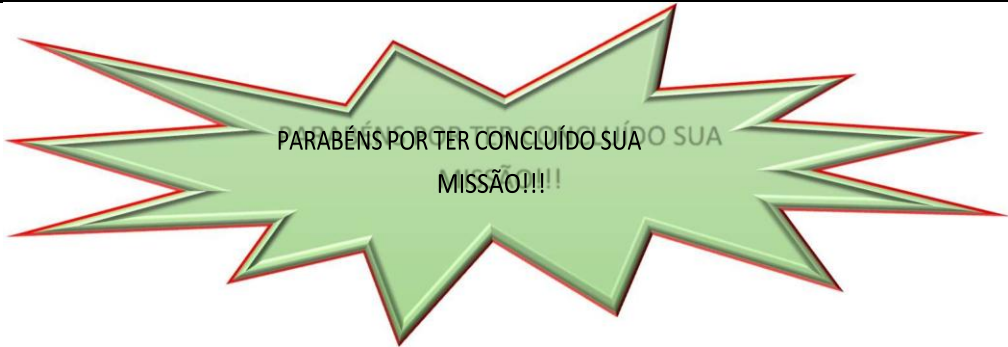
- 6. Como a variação do ângulo impacta a altura calculada da caixa d'água?

7. Como a distância até a caixa d’água influencia no cálculo da altura? Explique com base nas medições realizadas.

8. Qual deve ser a medida do ângulo de visão necessária para obter a altura correta da caixa d’água?

9. A altura da pessoa que está realizando a medição interfere no cálculo da altura da caixa d’água? Explique como e por que essa interferência ocorre.

10.Quais foram as dificuldades encontradas durante as medições e os cálculos? Descreva como você solucionou esses desafios.



NOME: _____SÉRIE: _____

6º MOMENTO – SOCIALIZAÇÃO, ANÁLISE E SISTEMATIZAÇÃO DA ATIVIDADE

Tempo Sugerido: 60min.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR

1º MOMENTO – RETOMADA E ORGANIZAÇÃO DOS REGISTROS (10 min)

Inicie solicitando que cada grupo retome os registros produzidos na aula anterior, revisando medidas, esquemas, cálculos e conclusões. Oriente os estudantes a verificarem a coerência dos procedimentos adotados e a clareza das anotações, destacando que esses registros constituem evidências do processo investigativo e serão utilizados como base para a socialização coletiva.

- *Professor (a): reforce que, em atividades investigativas, o registro é tão importante quanto o resultado final, pois revela o raciocínio desenvolvido pelo grupo.*

2º MOMENTO – APRESENTAÇÃO E SOCIALIZAÇÃO DOS RESULTADOS (30 min)

Cada grupo deverá apresentar à turma as medições realizadas, os cálculos efetuados e as conclusões alcançadas, explicitando:

- Quais funções trigonométricas foram utilizadas (seno, cosseno ou tangente);
 - Como identificaram os elementos do triângulo (ângulo de referência, catetos e hipotenusa);
 - Por que a relação trigonométrica escolhida foi adequada à situação investigada.
- *Durante as apresentações, incentive a comparação entre diferentes estratégias adotadas pelos grupos, destacando que caminhos distintos podem conduzir a resultados coerentes quando fundamentados em raciocínio matemático consistente.*

3º MOMENTO – DISCUSSÃO COLETIVA E ANÁLISE CRÍTICA (15 min)

Conduza uma discussão coletiva, promovendo o diálogo entre os grupos e estimulando os estudantes a analisarem:

- Semelhanças e diferenças entre os procedimentos utilizados;
 - Possíveis fontes de erro (medição, escolha da razão trigonométrica, arredondamentos);
 - Aprendizagens construídas ao longo da atividade prática.
- *Nesse momento, estabeleça conexões explícitas entre a experiência realizada e aplicações reais da trigonometria em diferentes áreas, como engenharia, arquitetura, topografia e geolocalização, reforçando a relevância social e científica do conhecimento estudado.*

4º MOMENTO – SISTEMATIZAÇÃO E ENCAMINHAMENTOS PEDAGÓGICOS (5 min)

- *Finalize a aula retomando, de forma sistematizada, os principais conceitos mobilizados ao longo da atividade: identificação de ângulos e lados, escolha adequada da função trigonométrica e interpretação dos resultados obtidos.*

Professor (a),

A resolução de exercícios é indispensável para preparar os alunos para exames externos.

Na página seguinte, trazemos uma lista como sugestão.

Você também pode acessar todas as atividades desenvolvidas no decorrer deste material. Acesse o link da pasta:

https://1drv.ms/f/c/2c027a1e7ba34e79/IgCnODZziDJCRJMmINxcPg_QAbT7HVckHs0j14BJq4hBdOw?e=65vM9I

Ou pelo código 'QR':



ANTECIPAÇÃO

- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Por que 'função' se já usávamos seno no triângulo? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Porque agora o ângulo é variável. Estudamos como seno/cosseno variam, criando gráficos e modelos. ”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Como escolher entre lei dos senos e cossenos? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“2 lados + ângulo entre eles → Lei dos cossenos
2 ângulos + 1 lado → Lei dos senos”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Seno e cosseno são iguais? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“São gráficos iguais, mas deslocados. Cosseno = seno deslocado 90°. ”*
- **PERGUNTA DO ALUNO:** *“Por que a tangente 'explode' no gráfico? ”*
- **RESPOSTA DA PROFESSORA:** *“Porque em 90° e 270° o cosseno é zero → divisão por zero. São assíntotas.”*

7º MOMENTO – QUESTÕES DE TRIGONOMETRIA**Tempo Sugerido: 60min.***Professor(a),*

A lista a seguir complementa o trabalho realizado nos blocos anteriores e oferece aos estudantes a oportunidade de aplicar os conceitos aprendidos em situações variadas e contextualizadas, incluindo questões no estilo do ENEM e outras voltadas para a prática cotidiana.

As questões abordam desde relações trigonométricas básicas até aplicações mais complexas, como leis dos senos e cossenos, funções trigonométricas e modelagem de fenômenos periódicos.

9. QUESTÕES DE TRIGONOMETRIA

1. Uma árvore de 20 metros de altura projeta uma sombra de 20 metros de comprimento no chão. Qual é o ângulo de elevação do sol em relação ao topo da árvore?
A) 10°
B) 30°
C) 45°
D) 60°
E) 90°
2. (ENEM- 2014) Uma residência consome 2100 Wh por dia e possui 8 painéis solares quadrados, com lados de 5 cm cada. Cada painel solar gera 50 Wh por centímetro de diagonal. O proprietário deseja equilibrar a produção de energia com o consumo diário da casa. O que ele deve fazer para atingir esse objetivo? (considere $\sqrt{2}=1,4$)
A) Retirar 2 painéis.
B) Retirar 5 painéis.
C) Acrescentar 2 painéis.
D) Acrescentar 5 painéis.
E) Acrescentar 10 painéis.
3. Uma escada de 24 metros de comprimento faz um ângulo de 45° com o solo. Uma pessoa que sobe toda a escada eleva-se verticalmente de quantos metros? (considere $\sqrt{2}=1,4$).
A) 15m

- B) 16,8m
- C) 17m
- D) 18,8m
- E) 20m

4. Em uma garagem, será necessário construir uma rampa para veículos, de forma a superar um desnível de 1,8 metros. Sabendo que o ângulo de inclinação da rampa deve ser de no máximo 20° , qual deve ser o comprimento mínimo dessa rampa?

Considere: $\sin 20^\circ = 0,34$ / $\cos 20^\circ = 0,94$ / $\tan 20^\circ = 0,36$

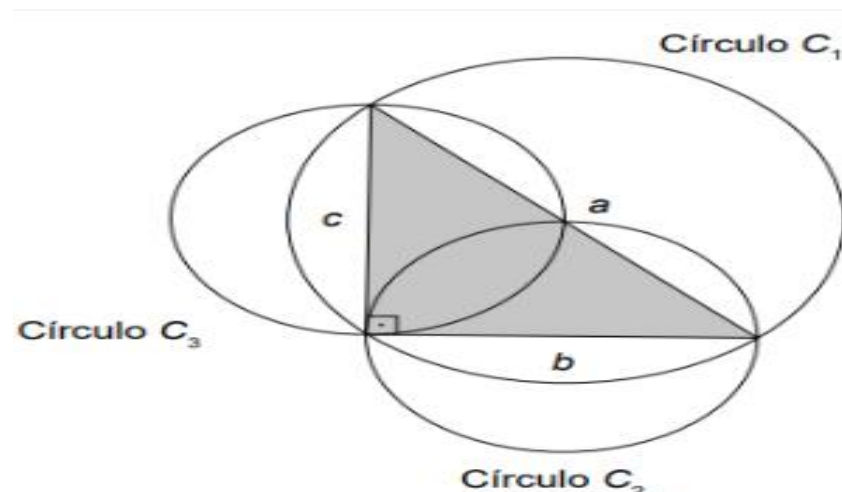
- A) 4,5 metros
- B) 5,2 metros
- C) 6,0 metros
- D) 6,8 metros
- E) 7,1 metros

5. Um professor de Física solicitou que um grupo de alunos calculasse a altura de um poste utilizando um teodolito. Os alunos posicionaram o teodolito a 8 metros da base do poste e mediram o ângulo de elevação, obtendo 40° , conforme a ilustração. Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,5 metros do solo, qual é, aproximadamente, a altura do poste?

Dados: $\sin 40^\circ = 0,64$ \ $\cos 40^\circ = 0,77$ \ $\tan 40^\circ = 0,84$.

- A) 4,8 metros
- B) 6,7 metros
- C) 7,2 metros
- D) 8,2 metros
- E) 9,7 metros

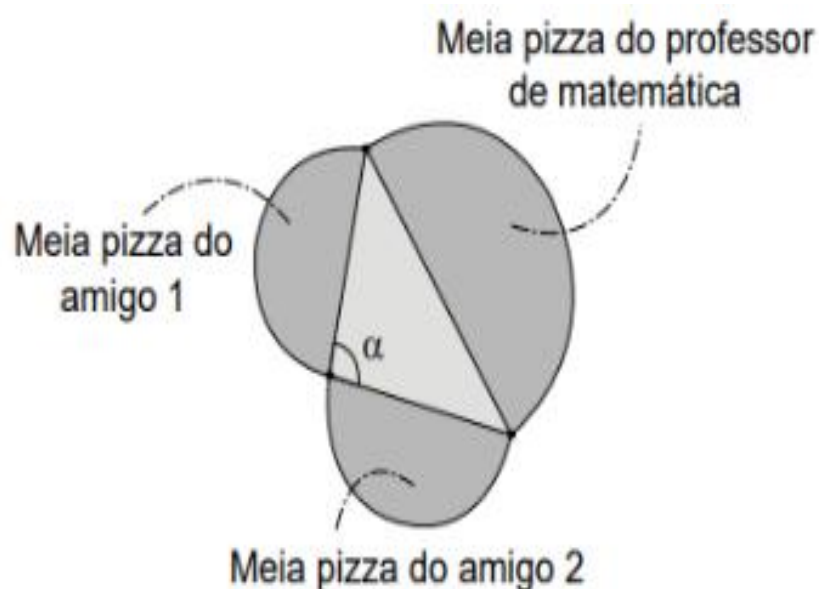
6. (ENEM- 2023) Sejam a , b e c as medidas dos lados de um triângulo retângulo, tendo a como medida da hipotenusa. Esses valores a , b e c são, respectivamente, os diâmetros dos círculos C_1 , C_2 e C_3 , como apresentados na figura.



Observe que essa construção assegura, pelo teorema de Pitágoras, que $\text{área}(C_1) = \text{área}(C_2) + \text{área}(C_3)$.

Um professor de matemática era conhecedor dessa construção e, confraternizando com dois amigos em uma pizzeria onde são vendidas pizzas somente em formato de círculo, lançou um desafio: mesmo sem usar um instrumento de medição,

poderia afirmar com certeza se a área do círculo correspondente à pizza que ele pedisse era maior, igual ou menor do que a soma das áreas das pizzas dos dois amigos. Assim, foram pedidas três pizzas. O professor as dividiu ao meio e formou um triângulo com os diâmetros das pizzas, conforme indicado na figura.

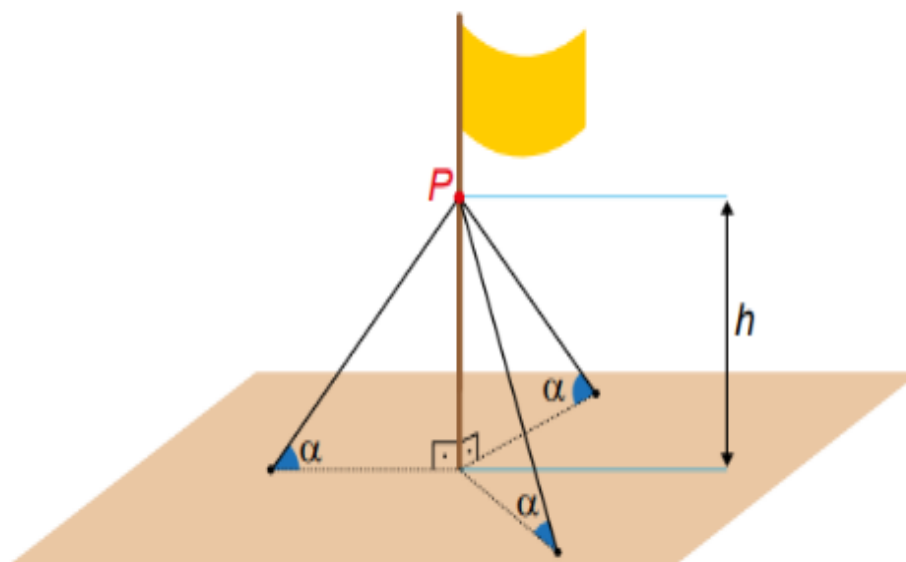


A partir da medida do ângulo α , o professor afirmou que a área de sua pizza é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas.

A área da pizza do professor de matemática é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas, pois:

- A) $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
- B) $\alpha = 90^\circ$
- C) $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- D) $\alpha = 180^\circ$
- E) $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

6. (ENEM-2023) - O mastro de uma bandeira foi instalado perpendicularmente ao solo em uma região plana. Devido aos fortes ventos, três cabos de aço, de mesmo comprimento, serão instalados para dar sustentação ao mastro. Cada cabo de aço ficará perfeitamente esticado, com uma extremidade num ponto P do mastro, a uma altura h do solo, e a outra extremidade, num ponto no chão, como mostra a figura.



Os cabos de aço formam um ângulo α com o plano do chão.

Por medida de segurança, há apenas três opções de instalação:

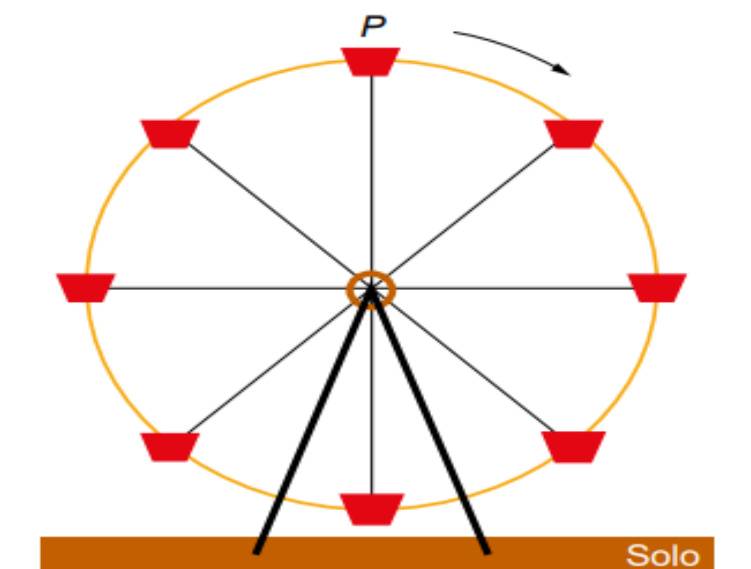
- opção I: $h = 11 \text{ m}$ e $\alpha = 30^\circ$
- opção II: $h = 12 \text{ m}$ e $\alpha = 45^\circ$
- opção III: $h = 18 \text{ m}$ e $\alpha = 60^\circ$

A opção a ser escolhida é aquela em que a medida dos cabos seja a menor possível.

Qual será a medida, em metro, de cada um dos cabos a serem instalados?

- A) $22\sqrt{3}/3$
- B) $11\sqrt{2}$
- C) $12\sqrt{2}$
- D) $12\sqrt{3}$
- E) 22

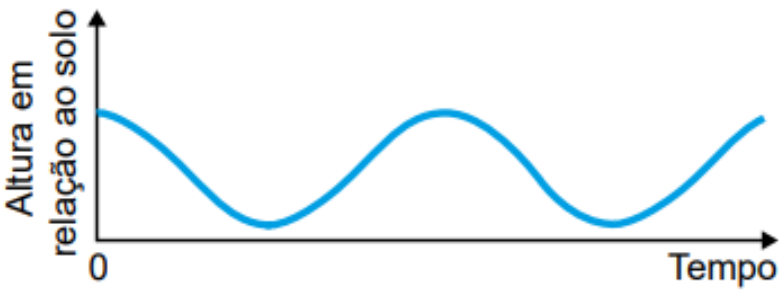
8. (ENEM 2023) A figura ilustra uma roda-gigante no exato instante em que a cadeira onde se encontra a pessoa P está no ponto mais alto dessa roda-gigante.



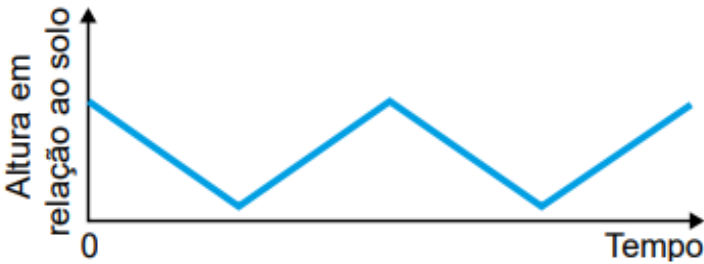
Com o passar do tempo, à medida que a roda-gigante gira, com velocidade angular constante e no sentido horário, a altura da cadeira onde se encontra a pessoa P, em relação ao solo, vai se alterando.

O gráfico que melhor representa a variação dessa altura, em função do tempo, contado a partir do instante em que a cadeira da pessoa P se encontra na posição mais alta da roda-gigante, é:

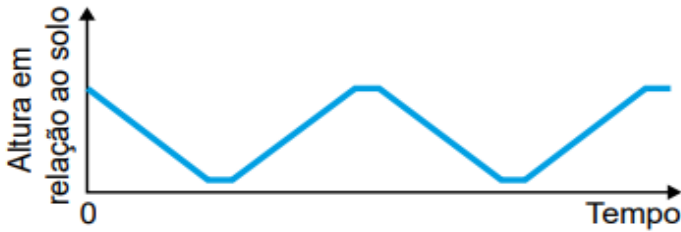
- A)



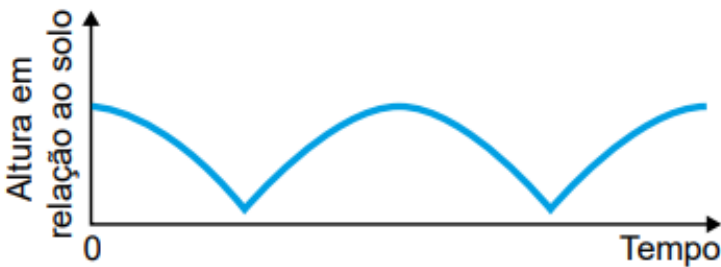
B)



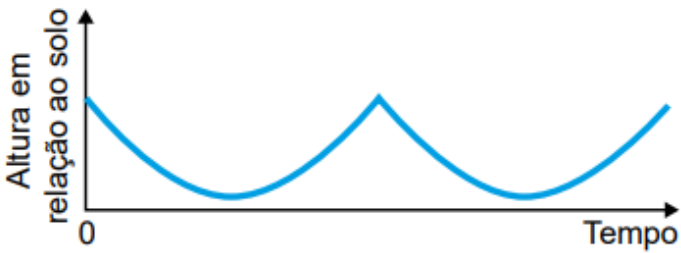
C)



D)



E)



Professor (a)

Este bloco encerra o estudo conceitual da Trigonometria ao consolidar a compreensão de que as funções trigonométricas constituem ferramentas matemáticas potentes para analisar variações e fenômenos periódicos. Ao longo das atividades, os estudantes deixam de operar apenas com cálculos isolados e passam a interpretar gráficos, relacionar grandezas e justificar comportamentos matemáticos.

Dessa forma, conclui-se a trajetória iniciada com a investigação de medidas inacessíveis, passando pelas razões trigonométricas e pelo círculo trigonométrico, culminando na compreensão das funções trigonométricas como instrumentos de modelagem matemática.

No bloco seguinte, iremos explicitar os procedimentos avaliativos adotados ao longo da Sequência Didática, bem como os instrumentos utilizados para acompanhar, analisar e consolidar a aprendizagem dos estudantes.

Em consonância com a Aprendizagem Baseada em Problemas, a avaliação é concebida como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, ocorrendo de forma contínua e articulada às atividades investigativas.

Bloco 7

INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO

7.1 CONCEPÇÃO DE AVALIAÇÃO NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A avaliação, neste Produto Educacional, não é compreendida como um momento isolado ao final da Sequência Didática, mas como um processo contínuo, que acompanha todas as situações de ensino propostas. Em consonância com a ABP, a avaliação assume funções diagnóstica, formativa, somativa e reflexiva, permitindo ao professor observar o percurso de aprendizagem, intervir pedagogicamente e favorecer a construção de significados.

7.2 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A avaliação diagnóstica ocorre no início da Sequência Didática, com a finalidade de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes relacionados a conceitos fundamentais que subsidiam o estudo da Trigonometria. Essa etapa teve como funções avaliativas:

- Levantar concepções iniciais sobre triângulos, ângulos e aplicações da trigonometria;
- Orientar o planejamento das intervenções docentes ao longo da sequência;
- Ajustar o nível de aprofundamento das atividades desenvolvidas nos blocos subsequentes.

Os dados obtidos nessa etapa permitem ao professor planejar as ações pedagógicas de forma mais adequada à realidade da turma.

7.3 AVALIAÇÃO FORMATIVA

A avaliação formativa esteve presente ao longo de toda a Sequência Didática, especialmente nos Blocos 4, 5 e 6, acompanhando o desenvolvimento das atividades investigativas. Seu foco esteve no processo de aprendizagem, valorizando as estratégias utilizadas pelos estudantes, os registros produzidos e a argumentação matemática.

Foram utilizados como instrumentos de avaliação formativa:

- Atividades de revisão e sistematização conceitual;
- Resolução de problemas contextualizados;
- Registros escritos individuais e em grupo;
- Discussões coletivas e socializações;
- Interpretação de tabelas, esquemas e gráficos.

Esses instrumentos possibilitaram ao professor acompanhar o desenvolvimento conceitual dos estudantes e realizar intervenções pedagógicas sempre que necessário.

7.4 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Ao final do Bloco 6, foi aplicado um instrumento de avaliação da aprendizagem, composto por uma lista de questões contextualizadas envolvendo razões e funções trigonométricas. Esse instrumento teve como objetivo verificar a consolidação dos conhecimentos construídos ao longo da Sequência Didática.

As questões abordaram situações relacionadas à medição indireta, à aplicação de seno, cosseno e tangente, à interpretação de fenômenos físicos e à análise de gráficos, apresentando perfil semelhante ao de avaliações externas, como o ENEM.

Esse instrumento foi utilizado no contexto da pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional. Ressalta-se, entretanto, que pode ser adaptado e utilizado pelo professor como avaliação somativa, avaliação final ou atividade de sistematização, de acordo com os objetivos pedagógicos e a realidade da turma.

7.5 AVALIAÇÃO DO PRÓPRIO APRENDIZADO- INSTRUMENTO REFLEXIVO

Além da avaliação da aprendizagem conceitual, foi aplicado um instrumento de avaliação do próprio aprendizado, com caráter reflexivo e metacognitivo. Esse questionário teve como objetivo promover a autorreflexão dos estudantes sobre sua participação, compreensão dos conceitos trabalhados e envolvimento nas atividades relacionadas às funções trigonométricas.

Esse instrumento contribui para que os estudantes reconheçam avanços, dificuldades e percepções sobre o processo de aprendizagem, além de fornecer subsídios para a reflexão docente sobre a proposta. Embora utilizado no contexto da pesquisa acadêmica, esse instrumento pode ser incorporado à prática pedagógica do professor, especialmente em propostas que valorizam metodologias ativas e o protagonismo discente.

Avaliação do Próprio Aprendizado – Funções Trigonométricas

Descrição:

Este questionário tem como objetivo coletar a sua percepção sobre as atividades desenvolvidas durante a pesquisa acadêmica sobre funções trigonométricas. Suas respostas são muito importantes para avaliarmos o processo de aprendizagem e refletirmos sobre os avanços alcançados.

Perguntas:

1. Como você descreveria as atividades recentes relacionadas a funções trigonométricas?
2. O que mais chamou sua atenção durante essas atividades?
3. Você sentiu que as atividades contribuíram para uma melhor compreensão das funções trigonométricas? Por quê?

4. Quais conceitos específicos foram mais desafiadores ou mais fáceis de compreender?
5. Consegue identificar situações do cotidiano em que as funções trigonométricas poderiam ser aplicadas após as atividades recentes?
6. Como essas atividades influenciaram sua capacidade de resolver problemas práticos relacionados às funções trigonométricas?
7. Como foi a colaboração com seus colegas durante as atividades recentes?
8. Você sentiu que sua participação ativa contribuiu para seu aprendizado?
9. Em que aspectos você percebeu um crescimento ou aprimoramento pessoal durante esse período de aprendizado?
10. Como você se sente em relação ao estudo de funções trigonométricas após essas atividades?

7.6 SÍNTESE AVALIATIVA DO PROCESSO

Dessa forma, a avaliação nesta Sequência Didática assume um caráter formativo e integrador, articulando a verificação da aprendizagem conceitual com a reflexão sobre o processo de aprender.

A diversidade de instrumentos utilizados fortalece a aprendizagem significativa e o protagonismo discente, em consonância com os princípios da Aprendizagem Baseada em Problemas.

VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional *Trigonometria em Ação* foi desenvolvido no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática e validado a partir de sua aplicação em contexto real de sala de aula, com estudantes do Ensino Médio da rede pública.

A Sequência Didática foi aplicada conforme o planejamento proposto, permitindo observar sua viabilidade pedagógica, a adequação dos materiais e a coerência entre objetivos, atividades e instrumentos de avaliação.

A participação dos estudantes, os registros produzidos e os instrumentos avaliativos aplicados forneceram subsídios para a análise do processo de aprendizagem.

Dessa forma, o Produto Educacional encontra-se validado tanto no contexto acadêmico quanto no contexto da prática docente, atendendo às finalidades do Mestrado Profissional.

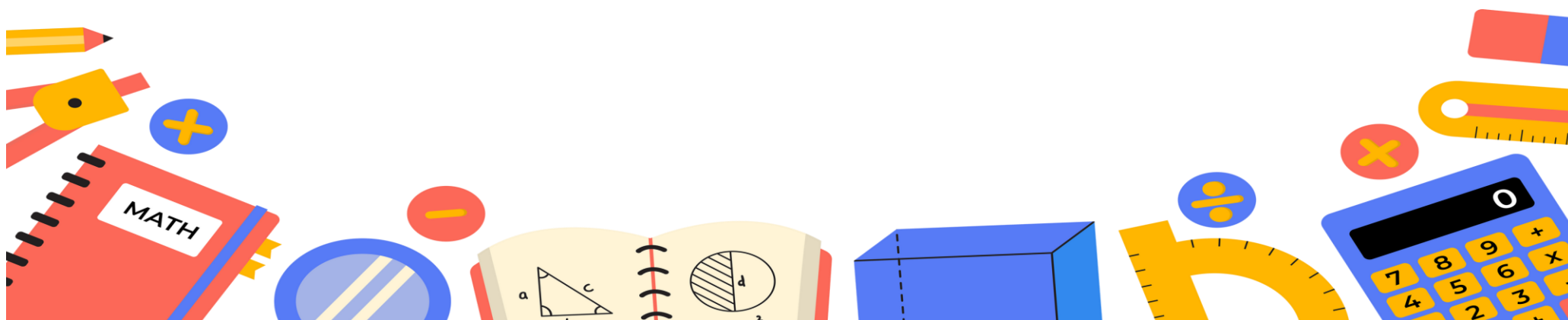
CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Produto Educacional apresenta uma Sequência Didática investigativa para o ensino de Trigonometria no Ensino Médio, fundamentada na Aprendizagem Baseada em Problemas e alinhada às orientações da Base Nacional Comum Curricular.

A proposta articula conceitos geométricos, razões trigonométricas, círculo trigonométrico e funções trigonométricas, conduzindo os estudantes da investigação inicial à aplicação dos conhecimentos em situações contextualizadas. Ao longo do percurso, são valorizados o protagonismo discente, a argumentação matemática e a resolução de problemas.

O material foi concebido como um guia didático, passível de adaptação a diferentes contextos escolares, oferecendo ao professor subsídios para o planejamento, a condução das aulas e a avaliação da aprendizagem.

Espera-se que este Produto Educacional contribua para a prática de professores de Matemática da Educação Básica, fortalecendo abordagens investigativas e significativas no ensino da Trigonometria.



REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em: 25 mar. 2023.

CURRÍCULO DE REFERÊNCIA ÚNICA DO ACRE. Governo do Estado do Acre. Secretaria de Estado de Educação, Cultura e Esportes. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/ac_curriculo_acre.pdf. Acesso em: 17 de nov. de 2024.